

基于模糊层次分析法的管道维护决策优化方法研究

周裕鑫, 蒋 喜

(中国石油工程设计有限公司西南分公司, 四川 成都 610017)

摘 要:我国有油气管道近 2×10^4 km, 由于管道所处环境大多较恶劣, 油气输送管道服役年限的逐渐延长将大大影响管道运行的经济性与安全性。为了有效地对油气管道进行维护, 提出了基于模糊层次分析法的管道维护资源最优分配方法。

关键词:油气管道; 维护; 决策; 优化

文章编号: 1006-5539(2009)06-0005-05

文献标识码: A

0 引言

随着油气管道运营时间的延长, 管道会呈现不同程度的“老龄化”, 为了保障油气管道的安全运营, 需对管道进行风险评价, 并在此基础上优化管道维护决策, 科学合理地分配维护资源, 提高管道完整性。由于管道维护措施的预算受经济能力的制约, 因此管道管理者必须很好地分配管道维护资源。为此, 本文引入模糊层次分析法对油气管道维护决策优化进行研究。

1 模糊层次分析法简介

灰色系统理论是我国著名学者邓聚龙教授于 1982 年创立的一门新兴的横断学科, 它以“部分信息已知, 部分信息未知”的“小样本”、“贫信息”不确定性系统为研究对象, 主要通过对“部分”已知信息的生成和开发, 提取有价值的信息, 实现对系统运行行为的正确认识和有效控制^[1]。

如果决策模型中信息不完全, 这样的决策就属于灰色决策模型, 由于油气管道维护措施具有多样性, 且其维护成本具有不确定性, 因此对于本文研究的管道维护决策问题就应该属于灰色决策问题。但同时考虑到决策分析中存在人为判断的模糊性, 所以将模糊数学引入决策分析中, 构成模糊灰色决策

模型。

层次分析法^[2] (AHP) 是美国匹兹堡大学教授 Saaty T L 于 20 世纪 70 年代中期提出的一种系统分析方法。AHP 根据系统的性质和总目标, 把系统分解成各种组成因素, 并按照各因素之间的相互关联、隶属关系、分成不同的层次组合, 从而构成一个多层次的系统分析结构模型。根据模型以及系统因素之间的关系可计算出最底层的诸因素相对于最高层的重要性权值。将 AHP 扩展到模糊环境中, 就称为模糊层次分析法 (FAHP), 理论和实践证明 FAHP 克服了常规的优选方法存在的缺陷, 使问题得到较好的解决。

2 模糊层次分析法的建模过程

2.1 模糊互补判断矩阵的建立

在模糊层次分析中, 因素间的两两比较判断, 采用一个因素比另一个因素的重要程度定量表示, 可得出模糊判断矩阵 $A = (a_{ij})_{n \times n}$, 如果其具有如下性质^[3]:

$$a_{ii} = 0.5 \quad i = 1, 2, \dots, n$$

$$a_{ij} + a_{ji} = 1, \quad i, j = 1, 2, \dots, n$$

则这样的判断矩阵称为模糊互补判断矩阵。

任意两个方案关于某准则的相对重要程度通常

收稿日期: 2009-05-05

作者简介: 周裕鑫 (1983-) 男, 四川遂宁人, 助理工程师, 硕士。2008 年毕业于西南石油大学油气储运专业, 主要从事天然气储运设计与研究工作。电话: (028) 86014536

采取表 1 的判断标度进行定量描述。

表 1 各个判断标度值分析

标度值	定义	说明
0.5	同等重要	两元素相比较,同等重要
0.6	稍微重要	两元素相比较,一元素比另一元素稍微重要
0.7	明显重要	两元素相比较,一元素比另一元素明显重要
0.8	重要得多	两元素相比较,一元素比另一元素重要得多
0.9	极端重要	两元素相比较,一元素比另一元素极端重要
0.1 0.2 0.3 0.4	反比较	若元素 a_i 与元素 a_j 相比较得到判断 r_{ij} , 则元素 a_j 与元素 a_i 相比较得到的判断为 r_{ji}

$a_{ii}=0.5$ 表示因素与自己相比同样重要; 若 $a_{ij} \in [0.1, 0.5)$, 则表示因素 x_j 比 x_i 重要; 若 $a_{ij} \in [0.5, 0.9)$, 则表示因素 x_i 比 x_j 重要。

依据上面的数字标度, 因素 $a_1, a_2, \dots, a_n$ 相互进行比较, 则得到如下模糊互补判断矩阵

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \quad (1)$$

2.2 模糊互补判断矩阵的权重计算

文献^[4]推导出了求解模糊互补判断矩阵权重的一种通用公式, 该公式充分包含了模糊一致性判断矩阵的优良特性及其判断信息, 计算量小且便于计算机编程实习, 为实际应用带来了极大方便。该求解模糊互补判断矩阵权重的公式如下:

$$W_i = \frac{\sum_{j=1}^n a_{ij} + \frac{n}{2} - 1}{n(n-1)}, \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (2)$$

2.3 模糊互补判断矩阵的一致性检验

由式(2)得到的权重值是否合理, 还应该进行比较判断的一致性检验。当偏移一致性过大时, 表明此时将权向量的计算结果作为决策依据是不可靠的。文献^[2]推导出了用模糊判断矩阵的相容性来检验其一致性原则的方法。

定义 1: 设矩阵 $A=(a_{ij})_{n \times n}$ 和 $B=(b_{ij})_{n \times n}$ 均为模糊判断矩阵, 称

$$I(A, B) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |a_{ij} + b_{ji} - 1| \quad (3)$$

为 A 和 B 的相容性指标。

定义 2: 设 $W=(W_1, W_2, \dots, W_n)^T$ 是模糊判断矩阵 A 的权重向量, 其中 $\sum_{i=1}^n W_i = 1, W_i \geq 0 (i=1, 2, \dots, n)$, 令 $W_{ij} = \frac{W_i}{W_i + W_j} (\forall i, j=1, 2, 3, \dots, n)$ 则称 n 阶矩阵

$$W^* = (W_{ij})_{n \times n} \quad (4)$$

为判断矩阵 A 的特征矩阵。对于决策者的态度 α , 当相容性指标 $I(A, W) \leq \alpha$ 时, 认为判断矩阵为满意一致性的。 α 越小表明决策者对模糊判断矩阵的一致性要求越高, 一般可取 $\alpha=0.1$ 。

对于实际的问题, 一般都是由多个 (设 $k=1, 2, \dots, m$) 专家给出同一因素集上的两两比较判断矩阵

$$A_k = (a_{ij}^{(k)})_{n \times n} (k=1, 2, \dots, m) \quad (5)$$

它们均是模糊互补判断矩阵, 则可分别得到权重的集合

$$W^{(k)} = (W_1^{(k)}, W_2^{(k)}, \dots, W_n^{(k)}) (k=1, 2, \dots, m) \quad (6)$$

则进行模糊互补判断矩阵的一致性检验, 要做以下两方面的工作:

a 检验 m 个判断矩阵 A_k 的满意一致性:

$$I(A_k, W^{(k)}) \leq \alpha, \quad k=1, 2, \dots, m$$

b 检验判断矩阵间的满意相容性:

$$I(A_k, A_l) \leq \alpha, \quad k \neq l, \quad k, l=1, 2, \dots, m$$

可以证明在模糊互补判断矩阵 $A_k (k=1, 2, \dots, m)$ 是一致可接受的情况下, 它们的综合判断矩阵也是一致可接受的^[5]。即只要当式(1)和式(2)两条满足时, m 个权重集的均值作为因素集的权重分配向量是合理和可靠的。权重向量表达式

$$W = (W_1, W_2, \dots, W_n) \quad (7)$$

式(7)中: $W_i = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^m W_i^{(k)} (i=1, 2, \dots, n)$

2.4 灰色关联排序

关联分析是灰色关联度分析的简称, 其本质是一个动态过程发展态势的量化比较分析过程, 是一种衡量因素间关联程度的量化分析方法^[6]。关联度定义为: 各方案与标准方案间关联性的量度, 用 ξ_i 表示, 即第 i 个事物的关联度。

关联分析的基础是确定关联系数, 关联系数 $\xi_i (x_j, x_0)$ 是比较数列 x_j 与参考数列 x_0 在第 i 个元素的相对差值, 可以看作关联程度的衡量尺寸, 记 x_j

与 x_j 的第 i 个分类指标的绝对差为:

$$\Delta_j(i) = |x_j(i) - x_0(i)| \quad (8)$$

则 x_j 与 x_0 的第 i 个分类指标的关联系数表示为:

$$\xi_i(x_j, x_0) = \frac{m_j \min_i \Delta_j(i) + \rho m_j \max_i \Delta_j(i)}{\Delta_j(i) + \rho m_j \max_i \Delta_j(i)} \quad (9)$$

式中 $m_j \min_i \Delta_j(i)$ ——两级最小差;

$m_j \max_i \Delta_j(i)$ ——两级最大差;

ρ ——分辨系数,取值范围为 $0 < \rho < 1$,一般取 0.5 时,具有较高的分辨率。

关联系数是由数列表示,信息过于分散,不便于比较,通过关联度的计算,可用一个综合指标来描述这些数列。实际工程中,这些指标的影响程度往往是不同的,需要拟定各指标对关联系数的权重系数,用 A 表示,关联度计算公式如下:

$$r_{ij} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m A \xi_i(x_j, x_0) \quad (10)$$

其中, r 值越大, x_j 与 x_0 关联程度越高,其关系越密切, A 表示各个因素的权重值。针对本文的不同维修措施的权重,采用模糊层次分析法来确定各维修措施权重值。

3 有限费用条件下维护措施资金最优分配

有限费用条件下的最优维护方案,就是采用基于模糊层次分析法 (FAHP) 从维护人员固有因素、维护工作难易度、维护现场管理、维护环境条件四个角度分析,从而采用基于权重的有限费用分配来确定维护措施的最优维护组合方案。其分析模型过程如下:

3.1 维护措施层次模型建立

高风险管段的维护措施的选择取决于高风险管段的具体影响因素,其相应采取的维护措施完全不同。这里以泸州主 1 井~五七井输气管线中高风险管段为例说明,由专家判断引起该段管线风险高的因素是第三方破坏,因此对该段管线的维护主要考虑降低第三方破坏对管道的影响,本文所建立的维护措施层次模型是基于第三方破坏而建立的,根据专家经验其该因素相应的备选措施有四个,分别是

增加埋深 m_1 , 完善报警系统 m_2 , 加强管道法的宣传 m_3 , 提高巡线频率 m_4 。

用 AHP 评估各种维护措施的效能思想是:将影响维护措施的效能的因素建立一个层次模型,根据维护措施特点,建立评估矩阵,用 FAHP 对维护措施进行加权。由于权值考虑了维护措施各方面的特点,因此是一种较为准确也易于操作的综合方法。

根据影响维护措施效能来确定维护措施的权重值,建立 AHP 模型 (见图 1)。设总目标为“维护措施效能” (ME—measure efficiency) 此为模型第一层;影响维护措施效能指标包括维护人员固有因素 (PF—person factor)、维护工作难易度 (FD—fieldwork difficult degree)、维护现场管理 (FM—fieldwork management)、维护环境条件 (EC—environment condition) 此为模型第二层;为简化模型,这些指标不再细分,第三层为各管道维护措施。这样就得到以下的维护措施效能的评估层次分析模型。

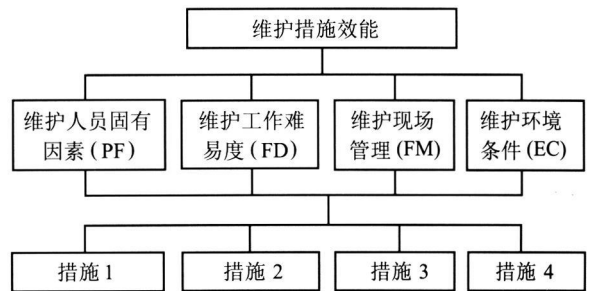


图 1 维护措施效能评估层次分析模型

3.2 权重模糊互补判断矩阵的确定

相对于维护人员固有因素 PF、维护工作难易度 FD、维护现场管理 FM、维护环境条件 EC 四个评估准则,设由两个领域专家依据表 1 打分的方法分别对各因素作两两比较判断,得到模糊互补判断矩阵 A 。

设专家 1 给出的权重模糊互补判断矩阵为:

$$A = \begin{bmatrix} ME & PF & FD & FM & EC \\ PF & 0.5 & 0.6 & 0.5 & 0.4 \\ FD & 0.4 & 0.5 & 0.4 & 0.3 \\ FM & 0.5 & 0.6 & 0.5 & 0.4 \\ EC & 0.6 & 0.7 & 0.6 & 0.5 \end{bmatrix}$$

根据式 (2), 计算的权重向量为 $W_1 = 0.250$

0.217 0.250 0.283)

根据式(4), A_1 的特征矩阵计算结果为:

$$W_1^* = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.535 & 0.5 & 0.469 \\ 0.465 & 0.5 & 0.465 & 0.434 \\ 0.5 & 0.535 & 0.5 & 0.469 \\ 0.531 & 0.566 & 0.531 & 0.5 \end{bmatrix}$$

根据式(3), A_1 与 W_1^* 的相容性指标为: $K(A_1, W_1^*) = 0.050 < 0.1$, 故可以认为模糊判断矩阵 A_1 是满意一致的, 因此其权重集 W_1 的分配是合理的。

设专家2给出的权重模糊互补判断矩阵为:

$$A_2 = \begin{bmatrix} ME & PF & FD & FM & EC \\ PF & 0.5 & 0.7 & 0.6 & 0.5 \\ FD & 0.3 & 0.5 & 0.4 & 0.3 \\ FM & 0.4 & 0.6 & 0.5 & 0.4 \\ EC & 0.5 & 0.7 & 0.6 & 0.5 \end{bmatrix}$$

同理, 可计算的权重向量为 $W_2 = (0.275, 0.208, 0.242, 0.275)$, A_2 的特征矩阵为:

$$W_2^* = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.569 & 0.532 & 0.5 \\ 0.431 & 0.5 & 0.462 & 0.431 \\ 0.468 & 0.538 & 0.5 & 0.468 \\ 0.5 & 0.569 & 0.532 & 0.5 \end{bmatrix}$$

A_2 与 W_2^* 的相容性指标为: $K(A_2, W_2^*) = 0.058 < 0.1$, 故可认为模糊判断矩阵 A_2 是满意一致的, 因此其权重集 W_2 的分配是合理的。

同时, 检验判断矩阵 A_1 与 A_2 间的满意相容性: $K(A_1, A_2) = 0.075 < 0.1$, 故可以认为模糊判断矩阵是满意相容。

由式(7)可知综合两个专家的意见后, 权重向量可表示为:

$$W = \left[\frac{1}{2} (0.250 + 0.275) \quad \frac{1}{2} (0.217 + 0.208) \right. \\ \left. \frac{1}{2} (0.250 + 0.242) \quad \frac{1}{2} (0.283 + 0.275) \right] \\ = (0.2625 \quad 0.2125 \quad 0.246 \quad 0.279)$$

3.3 模糊互补指标矩阵的确定

依次按维护人员固有因素 PF、维护工作难易度 FD、维护现场管理 FM 和维护环境条件 EC, 对四种备选措施建立模糊判断矩阵。由专家依据表1打分的方法, 经过对各因素作两两比较判断, 得到模糊矩阵 R 。为论述简单起见, 这里仅给出一个专家评判矩阵。对于多个专家参与的评判, 则需要用相似的方法进行模糊判断矩阵的满意一致性判断矩阵间

的满意相容性检验。

维护人员固有因素 PF的模糊判断矩阵

$$R_{PF} = \begin{bmatrix} \text{措施} & m_1 & m_2 & m_3 & m_4 \\ m_1 & 0.5 & 0.4 & 0.4 & 0.6 \\ m_2 & 0.6 & 0.5 & 0.5 & 0.7 \\ m_3 & 0.6 & 0.5 & 0.5 & 0.7 \\ m_4 & 0.4 & 0.3 & 0.3 & 0.5 \end{bmatrix}$$

维护工作难易度 FD的模糊判断矩阵

$$R_{FD} = \begin{bmatrix} \text{措施} & m_1 & m_2 & m_3 & m_4 \\ m_1 & 0.5 & 0.3 & 0.7 & 0.6 \\ m_2 & 0.7 & 0.5 & 0.9 & 0.8 \\ m_3 & 0.3 & 0.1 & 0.5 & 0.4 \\ m_4 & 0.4 & 0.2 & 0.6 & 0.5 \end{bmatrix}$$

维护现场管理 FM的模糊判断矩阵

$$R_{FM} = \begin{bmatrix} \text{措施} & m_1 & m_2 & m_3 & m_4 \\ m_1 & 0.5 & 0.6 & 0.5 & 0.8 \\ m_2 & 0.4 & 0.5 & 0.4 & 0.7 \\ m_3 & 0.5 & 0.6 & 0.5 & 0.8 \\ m_4 & 0.2 & 0.3 & 0.2 & 0.5 \end{bmatrix}$$

维护环境条件 EC的模糊判断矩阵

$$R_{EC} = \begin{bmatrix} \text{措施} & m_1 & m_2 & m_3 & m_4 \\ m_1 & 0.5 & 0.7 & 0.6 & 0.4 \\ m_2 & 0.3 & 0.5 & 0.4 & 0.2 \\ m_3 & 0.4 & 0.6 & 0.5 & 0.3 \\ m_4 & 0.6 & 0.8 & 0.6 & 0.5 \end{bmatrix}$$

3.4 最优维护措施资金分配

根据上述四个模糊判断矩阵, 用式(2)得各个单因素上四个决策的排序向量:

$$W_{PF} = (W_{PF, m_1}, W_{PF, m_2}, W_{PF, m_3}, W_{PF, m_4}) = (0.242, 0.275, 0.275, 0.208)$$

$$W_{FD} = (W_{FD, m_1}, W_{FD, m_2}, W_{FD, m_3}, W_{FD, m_4}) = (0.258, 0.325, 0.192, 0.225)$$

$$W_{FM} = (W_{FM, m_1}, W_{FM, m_2}, W_{FM, m_3}, W_{FM, m_4}) = (0.283, 0.250, 0.283, 0.184)$$

$$W_{EC} = (W_{EC, m_1}, W_{EC, m_2}, W_{EC, m_3}, W_{EC, m_4}) = (0.267, 0.200, 0.233, 0.300)$$

措施权重排序计算结果为:

$$B=W\oplus R=[\begin{matrix} 0.2625 & 0.2125 & 0.246 & 0.279 \\ \oplus \begin{bmatrix} 0.242 & 0.275 & 0.275 & 0.208 \\ 0.258 & 0.325 & 0.192 & 0.225 \\ 0.283 & 0.250 & 0.283 & 0.184 \\ 0.267 & 0.200 & 0.233 & 0.300 \end{bmatrix} \end{matrix}]$$

基于不同效能因素维护措施的权重分配的权重分析结果见表 2

表 2 基于不同效能因素的维护措施权重值表

指数 维护措施 权重	评估指标				维修措施 权重排序
	PF	FD	FM	EC	
措施 m ₁	0.242	0.258	0.283	0.267	0.262 461
措施 m ₂	0.275	0.325	0.025	0.200	0.258 55
措施 m ₃	0.275	0.192	0.283	0.233	0.247 612 5
措施 m ₄	0.208	0.225	0.184	0.300	0.231 376 5

不同效能因素维护措施权重组成的评判矩阵为:

$$R=\begin{bmatrix} \text{措施} & m_1 & m_2 & m_3 & m_4 \\ \text{PF} & 0.242 & 0.275 & 0.275 & 0.208 \\ \text{FD} & 0.258 & 0.325 & 0.192 & 0.225 \\ \text{FM} & 0.283 & 0.250 & 0.283 & 0.184 \\ \text{EC} & 0.267 & 0.200 & 0.233 & 0.300 \end{bmatrix}$$

这样就可以确定在有限维护费用条件下基于单因素的最优维护措施资金分配,比如:当维护资金总额为 10 万元,且仅考虑维护工作难易度(FD),则四种维护措施基于维护工作难易度因素权重的资金分配额度分别为: m₁ (增加埋深)资金额 2.58 万元、m₂ (完善报警系统)资金额 3.25 万元、m₃ (加强管道法的宣传)资金额 1.92 万元、m₄ (提高巡线频率)资金额 2.25 万元。

4 基于多因素的最优维护决策优化方法

在实际工程中由于维护条件复杂和维护效能多因素影响以及维护实施的许多不可预见的因素影响使得维护工作中存在很大的不确定性,因而管道运营单位不可能仅仅参考单因素来确定有限费用条件下的最优维护措施组合来分配维护资金额,并且仅仅考虑单因素条件并不能达到真正意义上的最优组合,即仅满足单因素条件下的最优维护措施组合,没有达到全局最优维护措施组合。

在综合考虑四种不同影响因素条件下维护措施

资金分配方案,然后采用模糊灰元理论基于指标越大越好准则进行关联度分析,按照灰色关联度最大原则确定出最终最优维护方案,其实施步骤如下:

4.1 专家提出四种维护措施资金分配决策

决策 1 (基于维护人员固有因素权重):维护措施 m₁ 资金 2.42 万元、维护措施 m₂ 资金 2.75 万元、维护措施 m₃ 资金 2.75 万元、维护措施 m₄ 资金 2.08 万元;

决策 2 (基于维护工作难易度因素权重):维护措施 m₁ 资金 2.58 万元、维护措施 m₂ 资金 3.25 万元、维护措施 m₃ 资金 1.92 万元、维护措施 m₄ 资金 2.25 万元;

决策 3 (基于现场管理因素权重):维护措施 m₁ 资金 2.83 万元、维护措施 m₂ 资金 2.5 万元、维护措施 m₃ 资金 2.83 万元、维护措施 m₄ 资金 1.84 万元;

决策 4 (基于环境条件因素权重):维护措施 m₁ 资金 2.67 万元、维护措施 m₂ 资金 2.0 万元、维护措施 m₃ 资金 2.33 万元、维护措施 m₄ 资金 3.0 万元。

4.2 建立维护措施资金分配决策矩阵

$$R_{mn}=\begin{bmatrix} & m_1 & m_2 & m_3 & m_4 \\ d_1 & 2.42 & 2.75 & 2.75 & 2.08 \\ d_2 & 2.58 & 3.25 & 1.92 & 2.25 \\ d_3 & 2.83 & 2.5 & 2.83 & 1.84 \\ d_4 & 2.67 & 2.0 & 2.33 & 3.0 \end{bmatrix}$$

4.3 建立维护决策关联系数矩阵

由于维护资金越大越好,则标准值取每个备选决策中单因素的最大值。

$$\xi_{mn}=\begin{bmatrix} & m_1 & m_2 & m_3 & m_4 \\ d_1 & 1 & 0.893 & 0.424 & 0.333 \\ d_2 & 1 & 0.533 & 0.333 & 0.405 \\ d_3 & 1 & 0.436 & 1 & 0.333 \\ d_4 & 1 & 0.333 & 0.611 & 0.757 \end{bmatrix}$$

4.4 求出各决策的关联度

根据各决策中各维护措施的权重 B=(0.262 461, 0.258 55, 0.247 612 5, 0.231 376 5),用关联度公式计算得出各个决策的关联度为: f=0.168 85, f=0.293 69, f=0.174 96, f=0.168 75。

(下转第 14 页)

(上接第 9 页)

4.5 关联排序确定最佳维护决策

根据最大关联度准则, 最大关联度 $\hat{r} = \max \{ \hat{r}_1, \hat{r}_2, \hat{r}_3, \hat{r}_4 \} = \hat{r}_2 = 0.293\ 69$ 因此在四种维护决策中第二个决策: 维护措施 m_1 资金 2.58 万元、维护措施 m_2 资金 3.25 万元、维护措施 m_3 资金 1.92 万元、维护措施 m_4 资金 2.25 万元为有限费用 10 万元条件下最优维护决策。

因此, 最优维护决策 A^* 为在增加埋深方面投入 2.58 万元、在完善报警系统方面投入 3.25 万元、在加强管道法的宣传方面投入 1.92 万元、在提高巡线频率方面投入 2.25 万元。

5 结 论

本文采用模糊层次分析法对油气管道维护措施的选择、多种维护措施的组合和最优维护方案的选择进行了定量分析, 建立了维护措施层次模型, 提出

了基于单因素的有限费用条件下最优维护措施模型和基于多因素的最优维护措施模型。

油气管道的维护决策是一个动态的过程, 它会随着管道服役时间的增长而发生变化, 管道维护者应对管道进行实时安全监控, 将管道完整性信息反馈给决策者, 以及对维护方案进行调整, 实现对管道的最优维护。

参考文献:

- [1] 易德生, 郭 萍. 灰色理论与方法[M]. 北京: 石油工业出版社, 1992
- [2] 张吉军. 模糊层次分析法 (FAHP)[J]. 模糊系统与数学, 2000 14(2): 84-89
- [3] 张 杰, 周 硕. 运筹学模型与实验[M]. 北京: 中国电力出版社, 2007
- [4] 肖辞源. 工程模糊系统[M]. 北京: 科学出版社, 2004
- [5] 徐泽水. 模糊互补判断矩阵排序的一种算法[J]. 系统工程学报, 2001 16(4): 311-314
- [6] 李亚楠, 杜春艳, 蔡心田. 灰色关联度在设计方案优选中的应用[J]. 华中科技大学学报(城市科学版), 2005 22(5): 150-151