龙贝格积分法在顺序输送管道混油浓度计算中的应用

翁 蕾[1], 王爱萍[2]

(1. 辽宁石油化工大学机械工程学院, 辽宁 抚顺 113001;
2. 大连理工大学化工学院, 辽宁 大连 116000)

摘 要: 针对求解成品油顺序输送管道混油浓度的问题, 对传统的混油浓度计算方法进行了分析, 提出了采用龙贝格积分公式计算混油浓度的方法, 用 Visual C++编制了混油浓度模拟计算软件, 利用此软件可以计算出不同油品顺序输送的混油浓度, 此方法计算准确、累积误差小, 为顺序输送管道混油特性的分析预测及混油浓度的计算提供了一个实用可靠的方法。

关键词: 成品油; 顺序输送; 混油浓度; 龙贝格积分法

文章编号: 1006-5539(2010)06-0006-04 文献标识码: A

0 前言

在管道内交替输送不同油品时, 由于两种油品的物化性质不同, 在接触面上不可避免地形成一段混油[1]。随着顺序输送时间的推移和混油段长度的不断增加, 其混油段内浓度分布状况也将不断改变。掌握混油浓度随时间和位置的变化规律, 对管道终点油库及混油处理装置的设计极为重要, 是管道初步设计时比较几种方案经济效果的重要依据。各国对顺序输送时在管道内形成的混油量的研究, 有的是从生产实测数据出发, 有的是从理论分析和推导出发并经实验数据修正, 本文从扩散理论出发推导出混油浓度计算公式, 并采用龙贝格积分法进行求解, 为顺序输送管道混油特性的分析预测及混油浓度的计算提供了一个实用可靠的方法。

1 混油浓度分析[2]

假设全程都为平均流速, 计算距离终点线处的混油浓度。为了便于研究, 采用运动坐标系统, 其原点位于混合区的中央, 它沿管道以平均流速向前运动, 两油品浓度相等。运动坐标与以管道起点为原点的固定坐标系之间的关系如下, 见图 1。

$$x = x_1 - vt \tag{1}$$

式中 x——混合区某处距运动坐标系统原点的距离;

x_1——混合区某处距固定坐标系统原点的距离;

v——油品平均流速;

t——界面从管道起点运动所经历的时间。

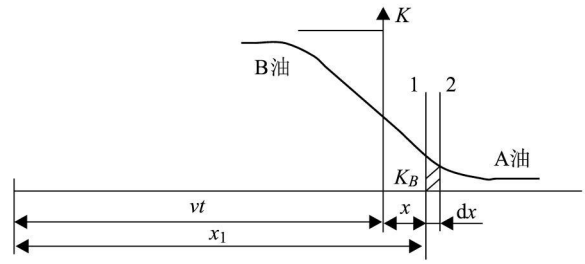

图 1 运动坐标系与固定坐标系的关系

在混油区划定相距 dx的两个界面 1和 2, 它们之间形成一个微小的容积, 写出此容积内 B油的物质平衡方程式。如图 1所示, 设在界面 1上 B油的平均浓度为 K_B。液体的扩散是由浓度差引起的, 根据费克扩散定律, 沿管道长度的浓度差越大, 分子扩散速度越快。也就是说扩散速度 W与浓度梯度

收稿日期: 2010-03-25
作者简介: 翁 蕾(1963-), 女, 浙江宁波人, 助理实验师, 本科, 主要从事石油化工工艺实验及管理工作。

?1994-2017 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

$\frac{dK}{dx}$成正比,即:

$$W = -D_T \frac{dK}{dx} \tag{2}$$

所以,在单位时间内经截面 1进入该微小容积的数量为:

$$q_1 = -FD_T \frac{\partial K_B}{\partial x} \tag{3}$$

同样,单位时间内经过截面 2流出该微小容积的数量为:

$$q_2 = -FD_T \frac{\partial}{\partial x}\left(K_B + \frac{\partial K_B}{\partial x} dx\right) \tag{4}$$

因而,单位时间内,容积内 B油品的增量为:

$$dq = q_1 - q_2 = FD_T \frac{\partial^2 K_B}{\partial x^2} dx \tag{5}$$

由于 B油的增加,将使 dx段内 B油的浓度增大,B油浓度的增长速度 $\frac{\partial K_B}{\partial t}$应为:

$$\frac{\partial K_B}{\partial t} = \frac{dq}{F dx} \tag{6}$$

将式(5)代入式(6)得:

$$\frac{\partial K_B}{\partial t} = D_T \frac{\partial^2 K_B}{\partial x^2} \tag{7}$$

借助拉普拉斯变换可得:

$$K_B = \frac{1}{2}(1 - \Phi(z)) \tag{8}$$

$$\Phi(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z \exp(-z^2)\, dz \tag{9}$$

$$z = \frac{x}{2\sqrt{D_T t}} \tag{10}$$

式中　W——分子扩散速度;

D_T——油品的紊流扩散系数;

$\Phi(z)$——综合变量 z的概率积分;

K_B—— B油的体积分数;

F——管道截面积;

z——综合 x和 t的变量。

式(8)为混合浓度与实际混油段内位置之间相互关系的解析式。由该式可以确定在某一时刻混油段内油品浓度与起始接触面的距离 x之间的关系。

2　混油浓度的计算

混油浓度的计算关键在于式(8)中的 $\Phi(z)$的计算,其计算方法较多,应用较广泛的为利用幂级数的性质将其转化为无穷级数来进行计算,即:

$$\begin{aligned}\Phi(z) &= \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z \exp(-z^2)\, dt \\ &= \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z \left(1 - z^2 + \frac{t^4}{2!} - \frac{t^6}{3!} + \frac{t^8}{4!} - \frac{t^{10}}{5!} + \cdots\right) \\ &= \frac{2}{\sqrt{\pi}}\left(z - \frac{z^3}{3 \times 1!} + \frac{z^5}{5 \times 2!} - \frac{z^7}{7 \times 3!} + \cdots\right)\end{aligned} \tag{11}$$

在上述计算中,当 z取 -3~3时,收敛性较好,截断误差较小,但当 z取较大值时,级数项要求计算项较多,否则截断误差较大。在这种情况下,计算的累积误差较大,可能产生实数溢出而无法计算。若利用龙贝格积分法来计算 $\Phi(z)$,则可确定混油浓度 K_B。该方法具有计算精度高、对舍入误差的积累敏感性较小等优点,其具体计算思路如下。

2.1　$\Phi(z)$的计算

$\Phi(z)$的计算方法采用龙贝格积分法[3],设以 $T_0^{(k)}$表示二分 k次后求得得梯形值,且以 $T_m^{(k)}$表示序列 $\{T_0^{(k)}\}$的 m次加速值,则依次递推公式可得:

$$T_m^{(k)} = \frac{4^m T_{m-1}^{(k+1)} - T_{m-1}^{(k)}}{4^m - 1}, \quad (k = 1, 2, 3 \cdots) \tag{12}$$

依据式(12)可构造出以下 T数表:

$$\begin{array}{llll} T_0^{(0)} & & & \\ T_0^{(1)} & T_1^{(0)} & & \\ T_0^{(2)} & T_1^{(1)} & T_2^{(0)} & \\ T_0^{(k-1)} & T_1^{(k-2)} & \cdots & T_{k-1}^{(0)} \\ T_0^{(k)} & T_1^{(k-1)} & \cdots & T_k^{(0)} \end{array}$$

电子计算机上的龙贝格算法步骤如下:

步骤 1:准备初值;

$$T_0^{(0)} = \frac{b-a}{2}[f(a) + f(b)] \tag{13}$$

步骤 2:求梯形值 $T_0^{(k)}$,且令 k=1;

$$T_0^{(k)} = \frac{1}{2} T_0^{(k-1)} + \frac{b-a}{2^k} \sum_{i=0}^{2^{k-1}-1} f\left[a + (2i+1) \times \frac{b-a}{2^k}\right] \tag{14}$$

步骤 3:求加速值 $T_j^{(k-j)}$;

$$T_j^{(k-j)} = \frac{4^j T_{j-1}^{(k-j+1)} - T_{j-1}^{(k-j)}}{4^j - 1}, \quad (j = 1, 2, \cdots k) \tag{15}$$

步骤 4:精度控制。对指定精度 ε,若

?1994-2017 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

$|T_k^{(0)} - T_{k-1}^{(0)}| \leqslant \varepsilon$，则终止计算，并取 $T_k^{(0)}$ 作为所求的计算结果。否则令 $k = k+1$，转步骤 2继续计算。

2.2 D_T的计算

有效扩散系数综合了油品交替过程中的对流、紊流扩散和分子扩散三种因素的作用。目前所采用的计算公式多数都是从试验中总结出来的，常见的几种计算公式如下：

2.2.1 雅勃隆斯基—希兹基洛夫公式

$$D_T = \upsilon_{pj}(3\times 10^3 + 60.7 Re_{pj}^{0.545}) \qquad (16)$$

式中 υ_{pj}——两种交替油品运动粘度的算术平均值，m^2/s；

Re_{pj}——按 υ_{pj}和管内平均流速计算的雷诺数。

2.2.2 阿沙图良公式

$$D_T = 17.4\upsilon_{50} Re^{2/3} \qquad (17)$$

式中 υ_{50}——混油的计算运动粘度，m^2/s；

Re——按 υ_{50}计算的雷诺数。

2.2.3 泰勒公式

不考虑分子传质过程时，泰勒使用数据分析方法，得出了适用于水力光滑区的有效扩散系数的计算公式：

$$D_T = 1.785 V_\Phi \cdot d\sqrt{\lambda} \qquad (18)$$

式中 V_Φ——管内平均流速，m/s；

d——管内径，m；

λ——水力摩阻系数。

试验数据证明，泰勒公式适用范围为 $Re > 2\times 10^4$。

本研究在计算 D_T时选用雅勃隆斯基—希兹基洛夫公式。

3 计算成品油顺序输送管道某一截面混油浓度的程序

计算成品油顺序输送管道某一截面混油浓度的程序框图，见图 2。

图中 υ_A，υ_B——A、B油品的运动粘度；

v——油品的平均流速；

d——管道内径；

t——改输 B油后的运行时间；

ε——计算精度；

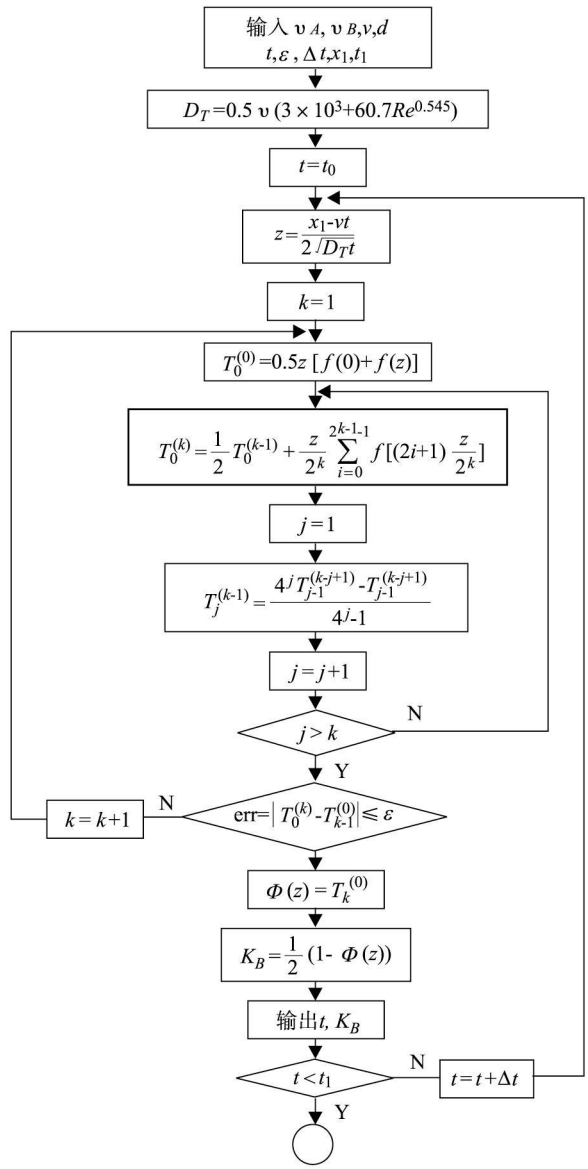

图 2 管道某一截面混油浓度的计算程序框图

x_1——混合区某处距初始混油界面的距离；

Re——混油区的雷诺数；

t_0——初始计算混油浓度时间。一般为混油浓度变化比较明显时开始计时；

t_1——结束计时的时间。

根据程序框图 2可以计算出管道混油区内任意截面的混油浓度，如要计算管道终点的混油浓度，则可令上图中的 $x_1 = L$，L为管道总长度。x_1、t_0与 t_1的选取范围可由改输 B油后的运行时间 t、混油量 C与平均流速 v求得。

其中混油量 C的计算目前比较常用的有以下两种公式：

?1994-2017 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

3.1　根据扩散理论得出的理论计算公式

$$C = 4\alpha Z\sqrt{dL}\sqrt{\frac{3\times 10^{3} + 60.7\,Re_{pj}^{0.545}}{Re_{pj}}} \tag{19}$$

式中　C——混油长度，m；

d——管道内径，m；

L——管道长度，m；

α——修正系数。

3.2　经验计算公式（Austin-Palfrey公式）

当 $Re > Re_j$ 时：

$$C = 11.75\,d^{0.5}L^{0.5}Re^{-0.1} \tag{20}$$

当 $Re < Re_j$ 时：

$$C = 18\,384\,d^{0.5}L^{0.5}Re^{-0.9}e^{-18d^{0.5}} \tag{21}$$

式中　C——混油长度，m；

d——管道内径，m；

Re——雷诺数；

Re_j——临界雷诺数，$Re_j = 10\,000\,e^{-27d^{0.5}}$。

对于公式的选取有以下结论[4]：当计算雷诺数小于临界雷诺数时，式（21）充分考虑了层流边层的影响，计算结果较为准确；当计算雷诺数大于临界雷诺数时，应选用式（19）。

4　算例与结果分析

现以输送 90号车用汽油和 0号柴油为例，该管道首站到中间站管道长 130 km，管径 365 mm，平均流速为 1.5 m/s，油品物性见表 1。根据图 2的方法，按每 20 s计算一次，其计算数据列于表 2，并根据该数据绘出混油体积变化曲线，如图 2所示。

表 1　油品物性

油品	密度 / g·mL^{-1}	20℃粘度 / mPa·s
90号汽油	0.720	0.278
0号柴油	0.836	4.642

从表 2中的计算数据和图 3可知，利用龙贝格积分法计算出来的结果与实际输送时的混油浓度分布比较吻合，可以用来指导实际的混油切割。

表 2　混油浓度计算数据

时间 t / s	混油浓度 K_B / (%)	时间 t / s	混油浓度 K_B / (%)	时间 t / s	混油浓度 K_B / (%)
0	0.20	200	16.82	400	82.83
20	0.36	220	22.06	420	87.24
40	0.64	240	28.12	440	90.81
60	1.07	260	34.89	460	93.56
80	1.75	280	42.18	480	95.64
100	2.76	300	49.75	500	97.13
120	4.22	320	57.32	520	98.18
140	6.24	340	64.63	540	98.88
160	8.96	360	71.44	560	99.31
180	12.45	380	77.54	580	99.61

注：表 2中的时间是从计算过程中浓度变化较明显时开始计时，具体计算时间为 86 366 s。

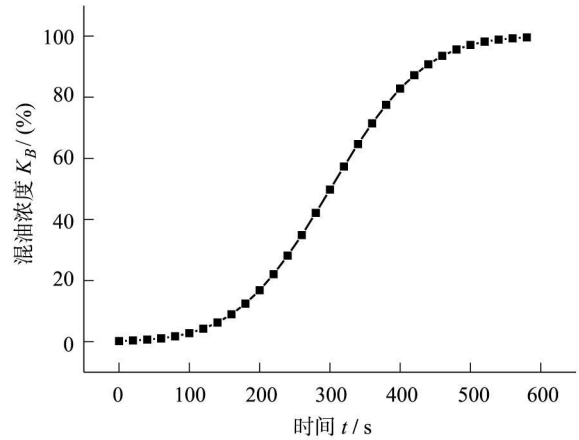

图 3　混油体积变化曲线

参考文献：

[1]　徐晓琴，刘　苏，黄　坤，等. 成品油库管输混油头处理技术综述[J]. 天然气与石油，2009，27(6)：18-21.

[2]　杨筱衡，张国忠. 输油管道设计与管理[M]. 东营：石油大学出版社，2004.

[3]　李庆扬，王能超，易大义. 数值分析[M]. 武汉：华中科技大学出版社，2003.

[4]　唐海燕，徐舜华. 顺序输送成品油管道混油量计算公式对比[J]. 油气储运，2007，26(10)：25-27.

?1994-2017 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net