重催汽油和高辛烷值芳构化汽油调合成品汽油最优化数学模型的建立

甘祥元，卢 勇

（中国石油西南油气田分公司南充炼油化工总厂，四川 南充 637000）

摘 要：采用曲线拟合、函数构造和最小二乘法等数学方法，成功地建立了重催汽油和高辛烷值芳构化汽油调合时的数学模型，通过对模型的检验，表明具有很好的稳定性和可操作性；在此基础上，运用线性规划，成功地实现了模型的最优化；采用枚举法和计算机编程求解，得到效益最大化的调合方案；指出了模型的局限性和改进方向。

关键词：数学模型；函数构造；最小二乘法；曲线拟合；线性规划；枚举法

文章编号：1006-5093(2006)04-0057-04 文献标识码：A

1 问题的提出

中国石油西南油气田分公司南充炼油化工总厂成品汽油的调合中，常常采用经验公式和方法来计算，以此来确定调合时需要加入的抗爆剂量，这样操作经常发生实际加入量超过理论上的要求量，从而导致调合汽油的实际烷值高于理论要求的辛烷值。通过随机采取的 40 余个样本分析，平均冗余量高达 0.75 个单位；这样，工厂在每天调合 500 t 汽油的情况下，就需要多消耗 11 250 元的抗爆剂（抗爆剂按 30×10^4 元/t 计，1 t 汽油中加入 100×10^{-6} t 的抗爆剂能让其辛烷值增加 1 个单位），每年浪费抗爆剂 405 万元。针对以上问题，希望采取措施来保证在调合时，既能很好地满足目的产品的辛烷值，又能不浪费或不过多地浪费抗爆剂；同时在无数种调和方案中，寻找出最优化的调和方案，以实现调合过程的效益最大化。

2 已知条件

芳构化汽油和重催汽油对抗爆剂的感受性，见表 1。

表 1 芳构化汽油和重催汽油对抗爆剂的感受性

项 目	加入比例/10^{-6}				
	0	50	100	200	300
芳构化汽油（*RON*）	88.1	89.4	90.0	91.0	
重催汽油（*RON*）	91.5	92.5	93.3	94.4	94.8

随机抽取一系列生产数据，如表 2 所示。

表 2 芳构化、重催调合及添加抗爆剂时与 *RON* 的关系

芳构化汽油		重催汽油		产品
RON	比例/(%)	*RON*	比例/(%)	*RON*
89.5	40	90.5	60	94.1
89.3	80	90.8	20	92.6
89.1	80	90.8	20	91
88.9	30	91.5	70	94.3
87.7	33	91.8	67	94
87.2	40	91.5	60	93.6
87.1	70	91.8	30	91.4
87.1	13.6	90.9	84.6	91.7
88.7	20	90.7	80	93.7
88.4	35	91.7	65	93.9
88.4	10	91.6	90	93.4
88.2	40	90.8	60	93.6
87.7	39	92.1	61	93.9
87.7	17	91.9	83	93.7
87.5	30	91.7	70	94

注：以上各组数据中都加入了不同量的抗爆剂（下同）。

选取一天的重催汽油和芳构化汽油产量，并将

收稿日期：2005-08-08

作者简介：甘祥元（1974-），男，四川内江人，工程师，学士，主要从事润滑油的生产和工艺研究工作。电话：(0817) 2632103。

?1994-2015 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

其全部用于调合 90 #和 93 #产品汽油，其基础数据见表 3。

表 3 调合基础数据

项 目	重催汽油	芳构化汽油	抗爆剂	90 #汽油	93 #汽油
产量/ $t \cdot d^{-1}$	365	143			
价格/ 万元$\cdot t^{-1}$			30	0.437 3	0.476 1

3 未知参数的设定

RON——调合的目的产品汽油辛烷值；

$RON_{(芳、空白)}$——用于调合产品汽油的纯芳构化汽油的辛烷值；

$RON_{(重、空白)}$——用于调合产品汽油的纯重催汽油的辛烷值；

$RON_{(作用)}$——重催汽油和芳构化汽油的相互作用对混合汽油辛烷值的贡献值；

$X_{重}$——调合的目的产品汽油中重催汽油所占的重量百分比；

$X_{芳}$——调合的产品汽油中芳构化汽油所占的重量百分比；

T——调合的产品汽油中抗爆剂的加入比例；

A_1, B_1——重催汽油对抗爆剂的感受系数；

A_2, B_2——芳构化汽油对抗爆剂的感受系数；

a——重催汽油和芳构化汽油的相互作用系数；

x_1, x_2——用于调合 90 #汽油和 93 #汽油的重催汽油的质量；

y_1, y_2——用于调合 90 #汽油和 93 #汽油的芳构化汽油的质量；

T_1, T_2——调合 90 #汽油和 93 #汽油时加入的抗爆剂比例。

4 调合模型的建立

4.1 调合模型的假设[1]

假设①芳构化汽油和重催汽油对抗爆剂的感受性满足某一数学关系式；

假设②产品汽油的辛烷值是两调合组分辛烷值的分别贡献之和；

假设③调合组分对产品汽油的辛烷值贡献与其在产品中所占的重量百分比成正比；

假设④本文所指的高辛烷值芳构化汽油，是辛烷值在 87 以上的芳构化汽油；

假设⑤数学模型的拟合值处于实测值的±0.2 个单位范围内，即认为达到我们的要求。

4.2 重催汽油对抗爆剂感受性方程的曲线拟合

4.2.1 函数构造[2]

根据假设①对表 1 中重催汽油的辛烷值与加入的抗爆剂比例做相应的变换，并将经过变换后的各个数据在直角坐标系上做图，如图 1～2。

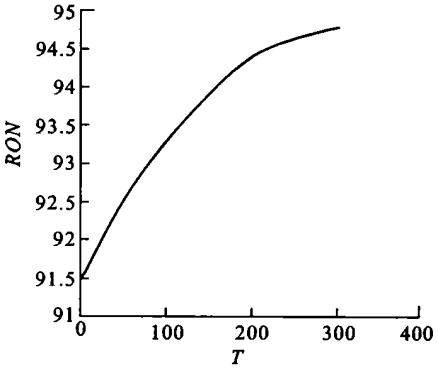

图 1 重催汽油对抗爆剂的感受性图

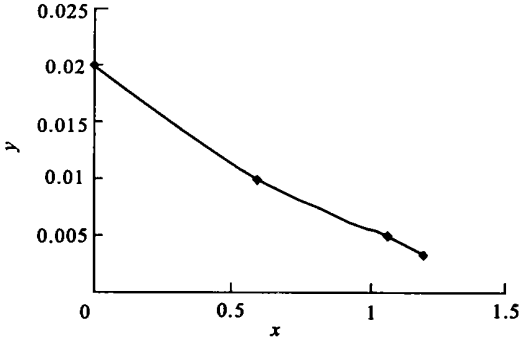

图 2 重催汽油对抗爆剂的感受性的变换图

根据图 1 和图 2 的图形形状，重催汽油对抗爆剂的感受性方程可构造为关于 $RON_{(重、空白)}$，T，A_1, B_1 的方程：

$$RON = F(RON_{(重、空白)}, T, A_1, B_1) \quad (1)$$

4.2.2 方程求解

采用最小二乘法[2]进行求解，并解得：

$$A_1 = 3.564\ 5 \quad B_1 = -65.100\ 8$$

即重催汽油对抗爆剂的感受性方程为：

$$RON = F(RON_{(重、空白)}, T, 3.564\ 5, -65.100\ 8) \quad (2)$$

?1994-2015 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

4.3　芳构化汽油对抗爆剂感受性方程的曲线拟合

根据假设①和表 1，用相同的方法，可解得：$A_2=3.505\ 9$，$B_2=-51.267\ 9$，则芳构化汽油对抗爆剂的感受性方程为：

$$RON = F(RON_{(芳、空白)},\ T,\ 3.505\ 9,\ -51.267\ 9) \tag{3}$$

4.4　调合模型的建立

根据假设②和③，调合产品汽油的辛烷值方程为：

$$RON = X_{重}F(RON_{(重、空白)},\ T,\ 3.564\ 5,\ -65.100\ 8)+X_{芳}F(RON_{(芳、空白)},\ T,\ 3.505\ 9,\ -51.269\ 7) \tag{4}$$

4.5　调合模型的检验

将方程(4)带入表 2 中的各组数据进行检验，检验的结果见表 4。

表 4　检验结果表

重催汽油		芳构化汽油		RON 实测值	RON 拟和值	实测－拟和
RON	比例/(%)	RON	比例/(%)			
90.5	60	89.5	40	94.1	92.891	1.209
90.8	20	89.1	80	91	90.029	0.971
90.7	80	88.7	20	93.7	93.069	0.631
91.6	90	88.4	10	93.4	93.538	−0.138
91.8	67	87.7	33	94	93.067	0.933
92.1	61	87.7	39	93.9	92.927	0.973
91.5	60	87.2	40	93.6	92.324	1.276
91.8	30	87.1	70	91.4	90.537	0.863
90.8	20	89.3	80	92.6	91.844	0.756
91.5	70	88.9	30	94.3	93.409	0.891
91.7	65	88.4	35	93.9	93.082	0.818
90.8	60	88.2	40	93.6	92.462	1.138
91.9	83	87.7	17	93.7	93.458	0.242
91.7	70	87.5	30	94	92.969	1.031
90.9	86.4	87.1	13.6	91.7	90.539	1.161

从检验的结果来看，此模型不能满足假设⑤的要求，需要进一步完善和修改。

5　调合模型的修改

5.1　假设的变更

增加第六条假设，并假设为：

假设⑥调合产品汽油时，调合组分之间的相互作用也对产品汽油的辛烷值有贡献。

5.2　相互作用函数关系式的拟合

从表 4 中随机抽取一部分数据，得出不同混合比例下的拟合值，并用实测值与拟合值做差，将该差与所对应的 $X_{重}$ 和 $X_{芳}$ 之积在直角坐标系上作图。根据图形的形状，同样采用函数构造和曲线拟合，最小二乘法求解，得到 $a=4.441\ 6$，则芳构化汽油与重催汽油间的相互作用方程为：

$$RON_{(作用)} = F(4.441\ 6,\ X_{重},\ X_{芳}) \tag{5}$$

5.3　修改后的调合模型

根据假设⑥、方程(4)和方程(5)，有：

$$RON=X_{重}F(RON_{(重、空白)},\ T,\ 3.564\ 5,\ -65.100\ 8)+X_{芳}F(RON_{(芳、空白)},\ T,\ 3.505\ 9,\ -51.269\ 7)+F(4.441\ 6,\ X_{重},\ X_{芳}) \tag{6}$$

5.4　修改后调合模型的检验

将表 2 中的基础数据来对方程(6)进行检验，得出拟合值及其与实测值之间差值，如表 5 所示。

表 5　修改后检验结果

重催汽油		芳构化汽油		RON 实测值	RON 拟和值	实测－拟和
RON	比例/(%)	RON	比例/(%)			
92.1	61	87.7	39	93.9	93.984	−0.084
91.7	65	88.4	35	93.9	93.390	0.510
91.5	60	87.2	40	93.6	93.390	0.210
90.8	60	88.2	40	93.6	93.528	0.072
91.7	70	87.5	30	94	93.902	0.098
92.1	61	87.7	39	93.9	93.984	−0.084
90.7	80	88.7	20	93.7	93.780	−0.080
90.8	20	89.3	80	92.6	92.555	0.045
91.9	83	87.7	17	93.7	94.084	−0.384
90.9	86.4	87.1	13.6	91.7	91.061	0.639
91.6	90	88.4	10	93.4	93.938	−0.538
90.8	20	89.1	80	91	90.740	0.260

通过对调合模型的检验，可以得出以下结论：

a. 当重催汽油在混合汽油中所占的比例为 30%~70%时，方程(6)能很好地复合生产数据，且能满足假设⑤的要求，具有比较可观的稳定性和可操作性。

b. 当重催汽油在混合汽油中所占的比例低于 30%或大于 70%时，方程(6)不能很好地复合生产数据，需要再进一步修改。

5.5　调合模型的进一步修改

用 5.2 同样的方法，对重催汽油在混合汽油中

?1994-2015 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

所占的比例低于30%或大于70%时的数据进行处理,得到重催汽油和芳构化汽油在该条件下的相互作用系数 $a=4.915\ 2$,则调合的产品汽油的辛烷值方程为:

$$RON=X_{重}F(RON_{(重、空白)},\ T,\ 3.564\ 5,\ -65.100\ 8)+X_{芳}F(RON_{(芳、空白)},\ T,\ 3.505\ 9,\ -51.269\ 7)+F(4.915\ 2,\ X_{重},\ X_{芳}) \quad (7)$$

对方程(7)进行检验,从检验结果来看,方程(7)能很好地复合生产数据,且误差在假设控制的指标之内。

6 最优化调合模型的建立

对调合过程中的很多方案,为实现效益最大化(所有产品的销售收入之和减去抗爆剂的消耗所得到的总净产值),故采用线性规划[2]来建立数学模型。

6.1 目标函数

以效益作为我们的目标函数,则其应包括产品的销售收入与抗爆剂的消耗支出之差,其表达式为(效益单位为万元):

$$f(效益)=0.437\ 3\times(x_1+y_1)+0.476\ 1\times x_2+y_2-[(x_1+y_1)T_1+(x_2+y_2)T_2]\times10^{-6}\times30 \quad (8)$$

6.2 约束条件

根据物料平衡和环保要求,有:

$$x_1+x_2=365 \quad (9)$$

$$y_1+y_2=143 \quad (10)$$

$$T_1\leqslant100\times10^{-6} \quad (11)$$

$$T_2\leqslant100\times10^{-6} \quad (12)$$

这样,就得到了以方程(8)为目标函数,以方程(6)~(7)以及(9)~(12)为约束条件的最优化调合数学模型。

7 数学模型的求解

为将所有的取值可能都考虑进去,故采用枚举法,运用计算机编程序来求解效益最大化的调合点。当设定的步长为14.3 t时,其求解的结果见表6。

表6 枚举法求解结果

构芳化汽油/t		重催气油/t												
		0	28.6	57.2	85.8	114.4	128.7	157.3	185.9	214.5	243.1	271.7	300.3	328.9	357.5
0		241.29	240.14	239.06	237.98	236.88	236.34	235.22	—	—	—	—	—	—	—
14.3		—	239.73	238.65	237.51	236.42	235.87	234.77	—	—	—	—	—	—	—
28.6		—	239.23	238.16	237.08	235.95	235.40	234.32	233.22	—	—	—	—	—	—
42.9		—	238.73	237.65	236.59	235.52	234.93	233.85	232.76	231.66	—	—	—	—	—
57.2		—	238.18	237.15	236.09	235.03	234.49	233.41	232.29	231.20	230.10	—	—	—	—
71.5	总净产值/万元	—	237.63	236.65	235.58	234.52	233.98	232.93	231.85	230.73	229.64	—	—	—	—
85.8		—	237.09	236.13	235.07	234.01	233.48	232.42	231.35	230.28	229.21	228.08	—	—	—
100.1		—	236.53	235.60	234.55	233.49	232.97	231.91	230.84	229.78	228.71	227.62	—	—	—
114.4		—	235.97	235.03	234.02	232.97	232.44	231.38	230.33	229.27	228.21	227.15	226.08	—	—
128.7		—	235.40	234.45	233.49	232.44	231.91	230.85	229.80	228.74	227.69	226.63	225.58	224.51	—
143		—	234.81	233.87	232.95	231.90	231.37	230.31	229.26	228.21	227.15	226.10	225.04	223.99	222.94

注:1. 表中的组合是重催汽油和芳构化汽油用于调合90 #汽油时的组合,而剩余的重催汽油和芳构化汽油则全部用于调合生产93 #汽油;

2. 表中"—"为该组合在调合时,调合汽油的抗爆剂加入比例超过 100×10^{-6};

3. 表中总净产值包括90 #汽油和93 #汽油两者之和,其单位为万元。

表6中示意的是步长为14.3 t的求解结果,实际编程和求解中,将步长设定得更小一些,求解得到的效益最大化的点为:全部的重催汽油和芳构化汽油都用于调合93 #,而90 #汽油的产量为0,此时得到的总净产值最大,为241.29万元。

8 模型的说明

8.1 模型的效果

通过采用函数构造、曲线拟合和最小二乘法等数学方法;成功地建立了重催汽油和高辛烷值芳构

?1994-2015 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

化汽油调合时的数学模型，即方程(6)和(7)，前者应用于重催汽油在混合汽油中所占的比例为 30% ~ 70%的条件，后者应用于重催汽油在混合汽油中所占的比例低于 30%或大于 70%时的条件。通过对该模型的检验，表明它与现在的调合手段相比，可以至少节约 0.55 个单位的辛烷值，在每天调合 500 t 汽油的情况下，每年可因为节约抗爆剂的加入量而产生 297 万元的效益。

在些基础上，采用线性规划，成功地建立了重催汽油和芳构化汽油的最优化调合数学模型，并用枚举法和计算机编程来求解。通过求解，发现在采用不同的调合方案下，每天得到的最大总净产值和最小总净产值之间的差高达 18.35 万元，的确体现了该模型的优化效果。

8.2 模型的局限性

该模型只适用于重催汽油和辛烷值高于 87 以上的芳构化汽油的调合，而对 87 以下的芳构化汽油应用该模型调合时，误差特别大，需要建立新的最优化调合模型。

另外，在线性规划中，只考虑生产过程的效益最大化，而没有顾及用户对炼油厂的满意度，所以，最优化调合数学模型中，应当增加市场对 90 #汽油和 93 #汽油的最小需求量这两个约束条件，即将用户对炼油厂的不满意度，控制在炼油厂所能接受的范围内必须调合的最小的 90 #汽油和 93 #汽油的产量。

参考文献：

[1] 沈继红，施久玉，高振滨，等. 数学建模[M]. 哈尔滨：哈尔滨工程大学出版社，1996. 1-9.

[2] 卢名高，金海林. 实用工程数学[M]. 北京：石油大学出版社，1990. 190-304.