基于离散元法的料仓重力流卸料过程数值模拟

辛瑞峰　张　瑞　陈　岩
中国寰球工程有限公司北京分公司，　北京　100012

摘　要：在油气田钻井、固井及废弃物处理等作业中，锥形料仓的重力流卸料性能直接影响生产连续性与作业安全，料仓的参数设计与流量估算尤为关键。为探究锥形料仓半锥角、壁面摩擦系数、颗粒间摩擦系数、出口直径与颗粒粒径之比对卸料过程影响的机理，采用离散元方法对重力流条件下锥形料仓的卸料过程进行数值模拟。研究了不同参数组合下料仓卸料流型的转变规律，分析了料仓出口截面颗粒流的速度分布规律与密度变化特征，并基于模拟数据拟合建立了卸料流量估算模型。结果表明：料仓半锥角与壁面摩擦系数是影响流型由整体流向中心流转变的关键因素；料仓半锥角 <30°，壁面摩擦系数 <0.5 更有利于得到均匀的出口速度分布；颗粒间摩擦减小可显著提高出口颗粒流密度；在较宽参数范围内，提出的流量估算新模型的均方根误差达到 0.132，预测精度与适应性均优于传统经验公式。研究结果可为锥形料仓的设计、卸料流量的估算提供借鉴。

关键词：锥形料仓；重力流；数值模拟；颗粒物料；卸料流量
DOI：10.3969/j.issn.1006-5539.2026.03.013

Numerical simulation of the discharging process in a gravity flow conical silo based on the discrete element method

Xin Ruifeng, Zhang Rui, Chen Yan
China Huanqiu Contracting & Engineering (Beijing) Co., Ltd., Beijing, 100012, China

Abstract: In operations such as drilling, cementing, and waste disposal in oil and gas fields, the gravity flow discharge performance of conical silos directly affects production continuity and operational safety. Therefore, parameter design and flow rate estimation of such silos are particularly critical. To investigate the mechanisms by which the silo half-angle, wall friction coefficient, inter-particle friction coefficient, and the ratio of outlet diameter to particle diameter influence the discharge process, numerical simulations of gravity flow discharge from conical silos were conducted using the Discrete Element Method. The study examined the transition of discharge flow patterns under various parameter combinations, analyzed the velocity distribution and bulk density variation of particle flow at the silo outlet cross-section, and established a discharge rate estimation model based on data fitting of the simulation results. The results indicate that the silo half-angle and wall friction coefficient are key factors governing the flow pattern transition from mass flow to funnel flow. A silo half-angle below 30°, combined with a wall friction coefficient below 0.5, is more conducive to achieving a uniform outlet velocity distribution. Reduction in inter-particle friction significantly increases the bulk density of particle flow at the outlet. Within a relatively wide parameter range, the proposed discharge rate estimation model achieves a root-mean-square error of 0.132, demonstrating superior predictive accuracy and adaptability compared to conventional

收稿日期：2026-04-03
基金项目：中国石油天然气集团有限公司科研项目“高端医疗与通讯材料聚 4-甲基-1-戊烯千吨级示范项目”（60277）
作者简介：辛瑞峰（1998-），男，工程师，硕士，主要从事聚烯烃后处理工程设计工作。E-mail：xrf0127@163.com

empirical correlations. The findings provide useful references for the design of conical silos and the estimation of their discharge rates.

Keywords: Conical silo; Gravity flow; Numerical simulation; Granular material; Discharge rate

0 前言

锥形料仓是油气田开发、化工生产及众多工业流程中用于储存、转运和给料的关键单元操作设备。其中，重力流卸料是其最常见的卸料方式[1-2]。由于重力流卸料过程受料仓几何结构、壁面特性及颗粒材料属性等多种因素影响，其内部流动行为复杂，是颗粒物料处理领域的研究热点与难点。从工程应用的角度出发，锥形料仓的重力流卸料问题可归纳为两个核心层面：一是料仓内部颗粒流动行为的定性描述，即料仓流型的判别；二是卸料流量的定量描述，即质量流率的准确估算。

在料仓内部颗粒流动行为的定性描述方面，学界经历了从现象观察到机理分析的发展历程。1947 年，Brown R L 和 Hawksley P G W[3]通过实验研究，首次系统描述了料仓内部颗粒流动分区特征，明确了存在 4 个不同区域：停滞区、缓慢运动区、核心区和自由落体区，这种分区明显的卸料状态被称为中心流。需要明确的是，整体流是一个理论概念[4-5]，完全符合物料“先进先出”特征的整体流在实际生产中并不存在。Johanson J R 等人[6]提出了基于壁面与中心速度比的流动指数，并确立了流动指数 =0.3 作为整体流与中心流的临界判据。Ketterhagen W 等人[7]进一步发展了该方法，通过模拟验证了流动指数在流型预测中的有效性。然而，现有研究对料仓半锥角、壁面摩擦系数等参数的耦合如何影响流型转变仍缺乏系统性定量分析；流动指数为 0.3 判据的工程实用性也十分有限，其问题在于难以测量料仓壁面与中心处的速度。

在卸料流量的定量描述方面，研究聚焦于建立质量流量预测模型。Ketchum M S[8]最早注意到料位高度对卸料流量影响甚微，并提出“自由落体拱假设”，成为后续理论研究的基石。Beverloo W A 等人[9]针对平底料仓，对多种颗粒物进行实验，基于“自由落体拱”假设并引入“空环效应”[10]，结合量纲分析，提出经典的流量经验公式。该公式在实践中也被证明可用于锥形料仓的卸料流量估算，也是目前应用最广的公式[11]。Brown R L[12]基于连续介质理论、能量守恒原理，将传统流体力学的最小能量原理扩展至颗粒流，Davidson J F[13]基于经典力学原理，求解了无摩擦漏斗壁的径向运动方程，Janda A[14]等人则根据料仓出口的速度分布和颗粒流密度分布具有的自相似性，分别建立了各具特色的卸料流量计算模型。学者对卸料流量的影响因素也进行了深入探究[15-18]。通常认为，只要料仓直径相对于出口直径和颗粒粒径足够大，筒仓直径就不会影响质量流率[19]。刘杰等人[20]对比了不同学者对于料仓半锥角的表达式，认为料仓半锥角在 10°~30°范围内时不可忽略其对卸料流量的影响。对于颗粒尺寸及形状，Beverloo 方程通过系数 k 来进行修正，许多其他学者通过引入出口直径与颗粒粒径之比这一比率关系来考虑颗粒尺寸及形状对卸料流量的影响。然而，当前研究仍存在两方面不足：其一，Beverloo、Brown 等经验公式所依赖的经验常数取值范围宽泛，物理意义不够清晰，不同工况下的预测准确性差异显著[21]；其二，从流量构成的本源出发，卸料流量本质上是出口截面处颗粒流密度、速度与面积的乘积，但受实验观测手段限制，针对出口区域瞬态速度场与密度场的研究仍相对匮乏，尚未明确各因素的影响机理。

离散元方法（Discrete Element Method，DEM）为解决上述问题提供了有效手段。DEM 可从颗粒尺度追踪单一颗粒的运动与受力状态，直接获取实验难以测量的料仓内各处颗粒的速度、出口截面速度及密度分布。基于此，本文采用 DEM 对锥形料仓重力流卸料过程开展系统性数值模拟研究。

1 离散元模拟

使用 Rocky DEM 软件分析锥形料仓中颗粒重力流卸料的过程。

1.1 几何模型建立

料仓几何模型见图 1。该料仓模型主要由直筒段、圆锥段、出口段组成，其主要参数包括整体高度、出口直径、料仓半锥角、料仓直径。

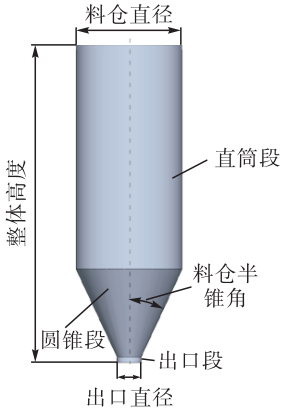


图 1 料仓几何模型图

Fig. 1 Geometric model of the silo

1.2 计算条件设置

重力加速度设定为 $-9.81\ m/s^2$；接触力中的法向力

模型采用 Hysteretic Linear Spring；切向力模型采用 Linear Spring Coulomb Limit；开启滚动阻力模型，采用 Type C：Linear Spring Rolling Limit。

设置颗粒入口位于料仓顶部上方 50 mm，入口尺寸等于料仓出口直径，确保颗粒完全落入料仓内。颗粒全部落入料仓后，保持静止 5 s，确保仓内颗粒不再运动，随后开启料仓出口进行卸料，每隔 0.05 s 输出 1 次计算结果，直至料仓内颗粒排空或颗粒不再流出。其他 DEM 参数设定见表 1。研究的主要因素及其变化范围见表 2。

表 1　DEM 参数表

Tab. 1　DEM parameters

参数	颗粒	料仓壁面
密度 /(kg · m^{-3})	910	7 850
泊松比	0.42	0.30
杨氏模量 /Pa	3×10^{8}	7.9×10^{11}
恢复系数	0.5	0.5

表 2　模拟参数表

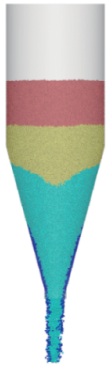
Tab. 2　Simulation parameters

参数	变化范围
料仓半锥角 /(°)	15 ~ 75
壁面摩擦系数	0.1 ~ 0.9
出口直径 /mm	45
颗粒粒径 /mm	1.5 ~ 4.5
颗粒间摩擦系数	0.1 ~ 0.9

2　结果与讨论

2.1　料仓流型

在填充料仓步骤中，设置不同颜色的颗粒水平层，以便区分卸料过程中不同层颗粒的运动状态，从而观察其流型，时间为 12 s 时，两料仓半锥角分别为 15° 和 60° 时颗粒的流动状态见图 2。



a) 料仓半锥角 =15° 时颗粒流动状态模拟图

a) Granular flow simulation at half cone angle = 15°

b) 料仓半锥角 =60° 时颗粒流动状态模拟图

b) Granular flow simulation at half cone angle = 60°

图 2　颗粒流动模拟图

Fig. 2　Granular flow simulation

采用流动指数定量评估料仓的卸料流型。流动指数由料仓壁面层颗粒平均速度与中心颗粒平均速度的比值计算得出，即 $V_{壁面}/V_{中心}$。Johanson J R[6] 的研究成果表明，流动指数为 0.3 是临界值，大于该值则被判定为整体流，小于该值则为中心流。在料仓圆锥段壁面以及中心处分别定义直径为 2 倍颗粒直径的长条圆柱形计算域，见图 3。

不同因素对流动指数的影响见图 4。由图 4 可知，料仓半锥角与流动指数呈现负相关，料仓半锥角从 15° 变化至 30°，流动指数下降了 49.35%，说明其对卸料流型影响显著。流动指数 = 0.3 对应的料仓半锥角 = 32.2°，表明料仓半锥角 <32.2° 时，卸料流型为整体流。流动指数随壁面摩擦系数的增加呈下降趋势，但与料仓半锥角相比，壁面摩擦系数对流动指数的影响较弱，当壁面摩擦系数 <30.322 时，流型为整体流。流动指数随颗粒间摩擦先增大后减小，但整体变化幅度不大。出口直径与颗粒粒径之比对于颗粒卸料流型的影响不大。由上述分析可知，卸料流型对料仓半锥角最为敏感，其次为壁面摩擦系数。

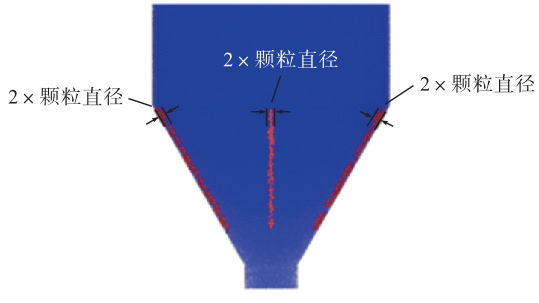


图 3　平均速度计算域图

Fig. 3　Averaging domain for the mean velocity

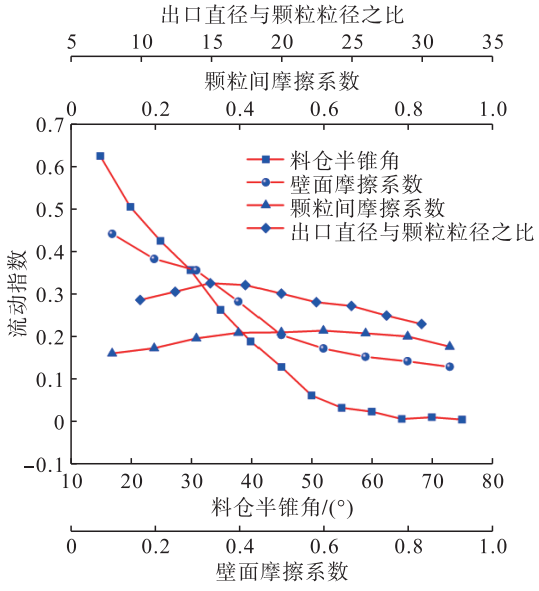


图 4　不同因素对流动指数的影响曲线图

Fig. 4　Effects of different factors on MFI

为了更直观判断不同工况下料仓的卸料流型，针对料仓半锥角和壁面摩擦系数这两个主要因素进行深入研究，通过不同参数组合的模拟，重复上述模拟，求得每种工况下流动指数，绘制出散点图，见图 5。拟合后得到图 5 中曲线，该曲线可用于大致判断重力流料仓的卸料流型，曲线下方区域表示整体流，曲线上方区域表示中心流。

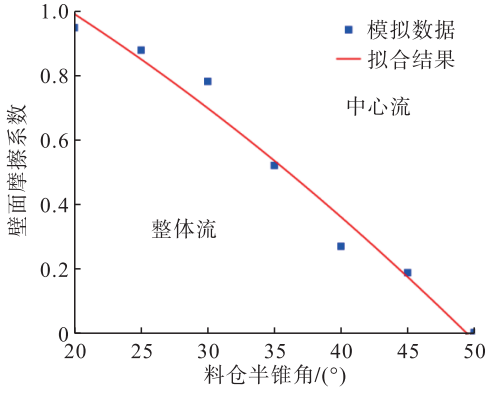


图 5　流型分布图

Fig. 5　Flow regime map

2.2　颗粒出口速度

为探究各项参数对颗粒出口速度大小及分布的影响，在料仓出口中心轴线处设置观察区，见图 6。该长方体观察区的几何尺寸由长度（料仓出口直径）、宽度与高度（颗粒粒径）参数定义。分别获取 5、10、15 s 时观察区内颗粒 y 方向的速度参数，分别取平均值得到各位置的颗粒出口速度和最大速度。以料仓出口中心为原点，观察区长度方向为 x 轴，绘制相应的速度分布曲线。

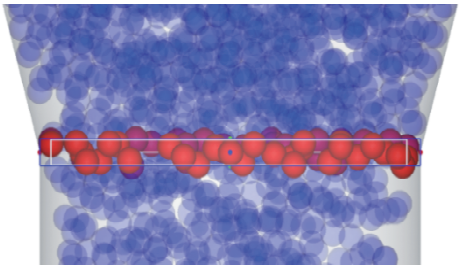


图 6　速度观察区示意图

Fig. 6　Velocity observation region

料仓半锥角对颗粒出口速度的影响曲线见图 7，经归一化坐标系处理后结果见图 8。分析表明，料仓半锥角是影响颗粒出口速度分布的决定性因素：随着料仓半锥角增大，出口速度分布曲线的开口逐渐收窄，表明从中心至边缘的速度梯度不断增大。该现象可归因于料仓半锥角增大导致颗粒流动模式由整体流逐渐转向中心流，致使锥壁附近颗粒滞留区域扩大，使速度分布的差异更为明显。当料仓半锥角 >30°后，速度分布曲线显著变陡峭，表明速度梯度显著增大，因此料仓半锥角的设计不宜 >30°。

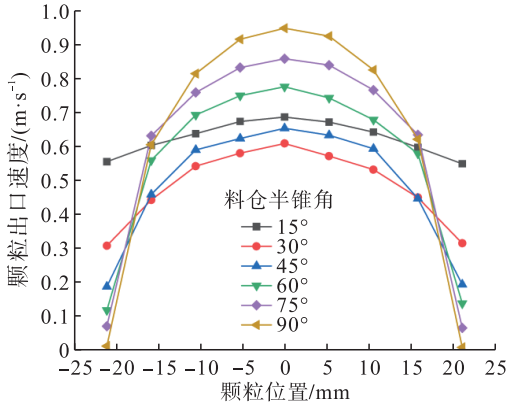


图 7　料仓半锥角对颗粒出口速度的影响曲线图

Fig. 7　Effect of silo half-cone angle on granular outlet velocity

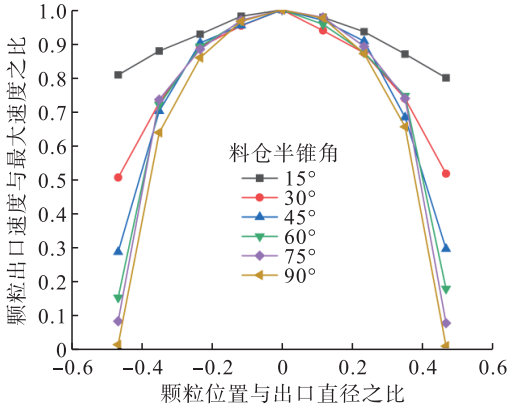


图 8　料仓半锥角对颗粒出口速度的影响曲线图（归一化坐标系）

Fig. 8　Effect of silo half-cone angle on granular outlet velocity in normalized coordinates

中心处速度最大，且随料仓半锥角增大呈先降后升的非单调趋势：从 15°到 30°时速度降低，而从 30°增至 90°时则逐渐回升。这一变化特征可能源于料仓半锥角增大过程中颗粒间力链结构的重组与壁面摩擦作用的转变，在不同角度区间主导的力学机制有所差异。因此，料仓半锥角增大的总体效应是显著增强了出口速度分布的不均匀性。

壁面摩擦系数对颗粒出口速度的影响曲线见图 9。从图 9 可见，随着壁面摩擦系数的增大，颗粒流动的最大速度呈先上升后趋于稳定的变化规律：当壁面摩擦系数从 0.1 增加至 0.5 时，最大速度由 0.53 m/s 逐渐增大至 0.65 m/s；壁面摩擦系数 >0.5 后，最大速度基本不再发生变化。

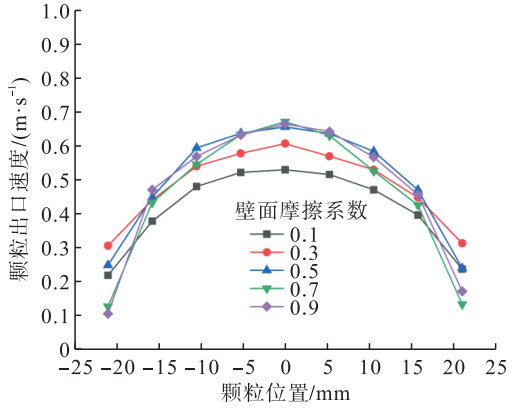


图 9　壁面摩擦系数对颗粒出口速度的影响曲线图

Fig. 9　Effect of wall friction coefficient on granular outlet velocity

壁面摩擦系数对颗粒出口速度的影响曲线见图 10。由图 10 可见，随着摩擦系数增大，归一化处理后的速度分布曲线的开口先变宽后变窄，0.3 时开口最大，随后逐渐减小。

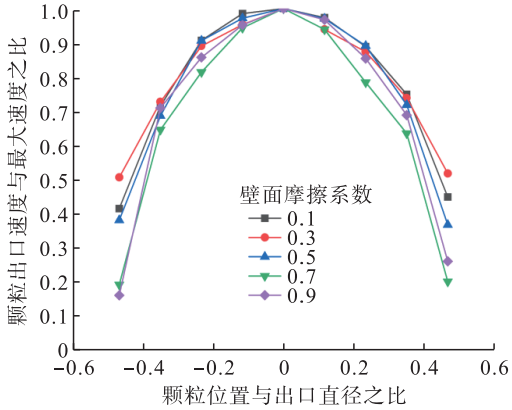


图 10　壁面摩擦系数对颗粒出口速度的影响曲线图（归一化坐标系）

Fig. 10　Effect of wall friction coefficient on granular outlet velocity in normalized coordinates

这一现象反映出颗粒流动模式发生了明显转变：在摩擦系数较低时，壁面对颗粒的约束作用较弱，流场相对均匀；随着摩擦系数升高，壁面阻滞效应增强，导致速度梯度增大、分布曲线开口扩大。而当摩擦系数 >0.5 时，曲线开口显著收窄，说明颗粒在近壁区形成明显滞留。因此可以得出，壁面摩擦系数取 0.3 最为合适，最大不宜 >0.5。

颗粒间摩擦系数对颗粒出口速度的影响曲线见图 11。由图 11 可知，出口最大速度对颗粒间摩擦系数的敏感性随其数值增大而降低，表现出边际效应递减的特征。当颗粒间摩擦系数从 0.1 增至 0.3 时，最大速度由 0.74 m/s 下降至 0.60 m/s，降幅约为 20%；而当摩擦系数从 0.3 继续增至 0.9 时，最大速度仅从 0.60 m/s 降低至 0.56 m/s，降幅仅有 6.7%。这一非线性变化表明，在颗粒间摩擦系数 <0.3 时，颗粒间摩擦对流动的阻滞作用较为明显；而当其 >0.3 后，最大速度对其变化的敏感性将随之减弱，并趋于稳定。

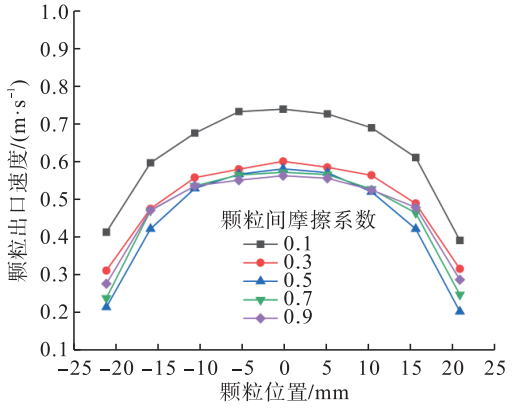


图 11　颗粒间摩擦系数对颗粒出口速度的影响曲线图

Fig. 11　Effect of inter-particle friction coefficient on granular outlet velocity

归一化处理后的颗粒出口速度分布曲线随颗粒间摩擦系数的变化情况见图 12。

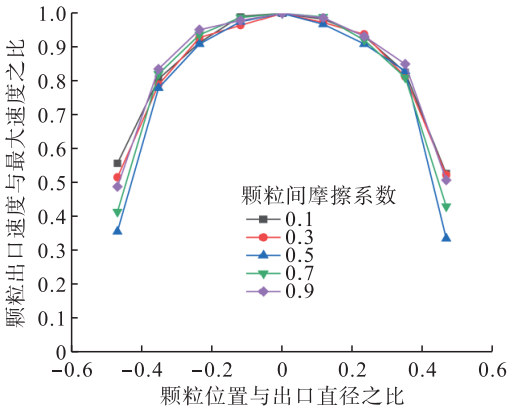


图 12　颗粒间摩擦系数对颗粒出口速度的影响曲线图（归一化坐标系）

Fig. 12　Effect of inter-particle friction coefficient on granular outlet velocity in normalized coordinates

由图 12 可见，分布曲线的开口程度与颗粒间摩擦系数之间呈明显非单调关系：当摩擦系数从 0.1 增大至 0.5 时，曲线开口逐渐扩大，尤其在 0.3 至 0.5 的区间内开口扩大程度更为显著；摩擦系数自 0.5 提升至 0.9 的过程中，开口随之稳步收缩。

出口直径与颗粒粒径之比对颗粒出口速度的影响曲线见图 13。出口颗粒流的最大速度随出口直径与颗粒粒径之比增大而上升，但上升速率渐趋平缓。归一化处理后的速度分布曲线见图 14。值得注意的是，在不同出口直径与颗粒粒径之比下，各归一化曲线表现出高度一致性，说明尽管绝对速度值随出口直径与颗粒粒径之比增大而增加，其分布形态却基本保持不变。这一结果表明，出口直径与颗粒粒径之比主要影响速度的幅值尺度，而不显著改变出口区域颗粒流动模式。

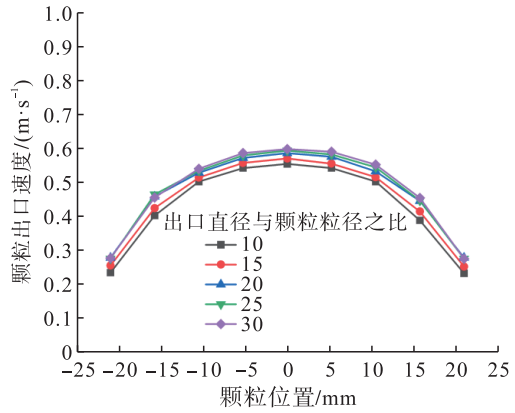


图 13　出口直径与颗粒粒径之比对颗粒出口速度的影响曲线图

Fig. 13　Effect of D/d on granular outlet velocity

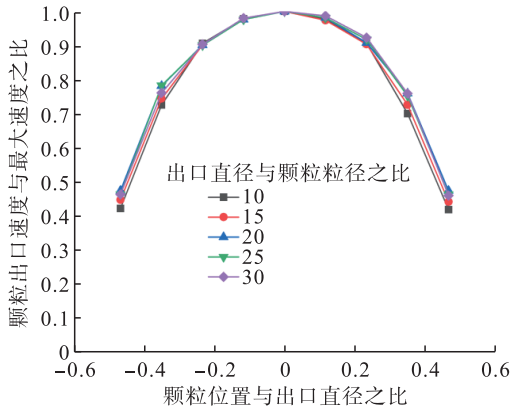


图 14　出口直径与颗粒粒径之比对颗粒出口速度的影响曲线图（归一化坐标系）

Fig. 14　Effect of D/d on granular outlet velocity in normalized coordinates

可以发现料仓半锥角、壁面摩擦系数、颗粒间摩擦系数及出口直径与颗粒粒径比对出口速度分布均有影响，其中半锥角与壁面摩擦系数是主导因素，二者通过改变流动模式（整体流与中心流转变）强烈影响速度梯度与分布形态。通过曲线分析可看出半锥角不宜 >30°，壁面摩擦系数不宜 >0.5，越小越容易形成整体流。颗粒间摩擦系数与出口直径与颗粒粒径比影响均主要表现在对速度幅度的调节，颗粒间摩擦系数的影响呈现明显的非线性饱和特征，且与颗粒出口速度呈负相关；而出口直径与颗粒粒径比与颗粒出口速度则呈正相关。

2.3　颗粒出口密度

在 Beverloo 的经典流动公式中，采用堆积密度直接作为计算参数，但实际上使用颗粒出口密度表示更合理。然而，在实验中难以准确测量出口区域内的颗粒密度，这主要是由于该位置颗粒运动剧烈、空间受限且存在强烈的不均匀性。借助 DEM 则可以较精确地获取该物理量。为研究不同因素对颗粒出口密度的影响，在料仓出口平面处设置观察区域，见图 15。通过时间平均处理，得到颗粒出口密度。该观察区为圆柱形区域，直径为料仓出口直径，高度等于颗粒粒径。

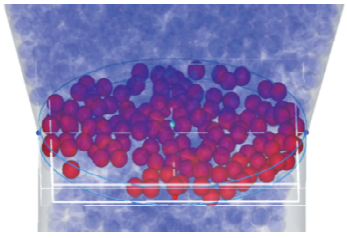


图 15　密度观察区示意图

Fig. 15　Density observation region

不同因素对颗粒出口密度的影响见图 16。

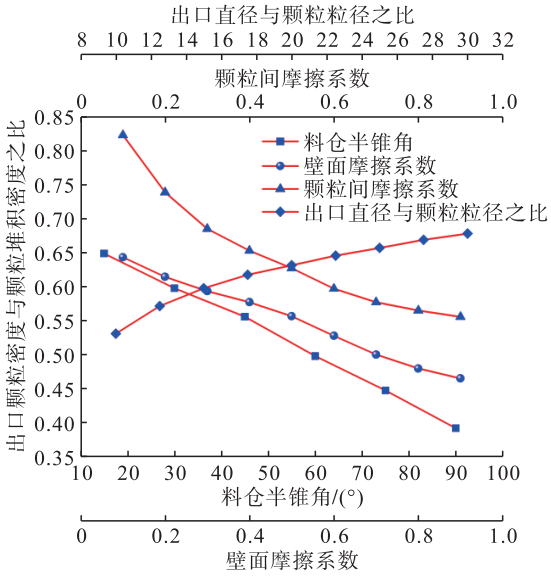


图 16　不同因素对颗粒出口密度的影响曲线图

Fig. 16　Effects of different factors on granular outlet density

分析表明，料仓半锥角与颗粒出口密度之间存在明显的负相关关系。具体而言，料仓半锥角为 15°与 90°所对应的颗粒出口密度分别为初始堆积密度的 64.8% 与

39.2% ,差值超过 25 个百分点。颗粒出口密度下降是由于料仓半锥角的增加显著影响了颗粒的流动模式:料仓半锥角增大的过程中,料仓流型由整体流逐渐转变为中心流,较大的半锥角降低了出口附件锥形壁面对颗粒流的约束作用,使颗粒在出口附近更易形成疏松架构,颗粒间空隙增多,进而导致整体密度降低。

颗粒出口密度随壁面摩擦系数的增大而逐渐减小。具体而言,当壁面摩擦系数为 0.1 时,颗粒出口密度约为初始堆积密度的 61.7% ;而当摩擦系数增至 0.9 时,颗粒出口密度降至初始堆积密度的 54.6% ,总体降幅为 11.5% 。这一变化趋势可归因于壁面摩擦对颗粒流动的阻滞作用:摩擦系数增大增强了颗粒与壁面之间的相互作用,从而使得颗粒在出口区域维持更为疏松的力链结构和较低的流动密度。相比料仓半锥角,壁面摩擦系数对颗粒出口密度的影响相对较小。

颗粒出口密度随颗粒间摩擦系数的增大而逐渐降低,且下降速率呈明显的非线性特征:当颗粒间摩擦系数从 0.1 增至 0.5 时,出口密度与颗粒堆积密度的比值从 0.82 降至 0.63,降幅达 23.2% ;而当摩擦系数从 0.5 进一步增至 0.9 时,该比值仅从 0.63 降至 0.57,降幅收窄至 9.52% 。这一变化趋势表明,颗粒间摩擦对出口密度的影响存在一个阈值效应:在较低摩擦范围内,摩擦系数的增大显著抑制了颗粒的重排与密实过程,导致密度迅速下降;而随着摩擦系数逐渐增大,摩擦进一步增强,对颗粒出口密度的影响减弱,表现出一定的饱和特性。该结果说明,颗粒间摩擦系数是影响颗粒出口密度的重要因素,但其影响程度随摩擦系数的增大而递减。

颗粒出口密度随出口直径与颗粒粒径比值的增大而显著增大。当比值处于 10 ~ 17.5 时,颗粒出口密度随比值的增加呈非线性增长,增长幅度逐渐趋缓;当比值 > 17.5 之后,颗粒出口密度则基本转为线性增长。随着出口直径的相对增大,壁面对颗粒运动的限制作用减弱,颗粒能更自由地排列流动,因此颗粒出口密度逐渐提高。在比值较小时,每单位比值增加所带来的扩容效应显著,因此密度增长明显但增速逐渐放缓;而当比值 > 17.5 后,壁面约束的影响趋于稳定,此时密度随比值增大几乎成比例增加,反映出流动进入了一个以几何尺度主导的线性区域。

通过上述研究发现,颗粒出口密度随料仓半锥角、壁面摩擦系数和颗粒间摩擦系数的增大而降低,随出口直径与颗粒粒径比增大而升高。颗粒间摩擦系数的变化对颗粒出口密度影响最为显著。颗粒间摩擦系数在较低范围内对密度影响显著。出口直径与颗粒粒径比则通过几何约束的减弱促进颗粒流动与密实。从曲线趋势上看,颗粒间摩擦的减小对颗粒出口密度的影响持续增强,而另外 3 个因素对密度的影响则存在上限。这些结果明确了颗粒出口密度与多因素之间的耦合关系,为准确预测卸料流量提供了关键的密度参数行为规律。

2.4　卸料流量

上述分析已明确了料仓半锥角、壁面摩擦系数、颗粒间摩擦系数、出口直径与颗粒粒径比对颗粒出口速度和颗粒出口密度的影响特征,而经典的 Beverloo 公式由于其经验性和结构限制,并未充分考虑这些复杂耦合效应。Beverloo 公式还通过引入修正系数等效表征空环效应。然而,本研究采用的离散元模拟方法可直接获取出口临界截面处的精确速度与密度分布。模拟结果见图 17,由图 17 可知,颗粒在出口截面处呈充满状态,其流态化与膨胀效应在出口下方才显著显现,因此本文不考虑空环效应。

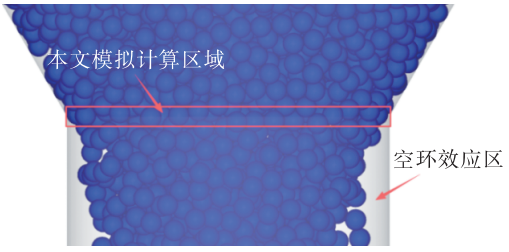


图 17　空环效应区与本文模拟计算区域示意图

Fig. 17　Empty annulus region and the simulation domain

基于“自由落体拱”的假设,可得到颗粒最大出口速度 V_{max},H 为出口中心处颗粒自由落体的高度,D 为出口直径。令 $\gamma = H/D$,则 V_{max} 的表达式见式(1)。在式(1)基础上结合质量流量的定义,建立了用于估算锥形料仓重力流卸料流量的计算模型,见式(2) ~ (5)。

$$V_{max} = \sqrt{2g\gamma D} \tag{1}$$

$$Q = m\rho_b n \sqrt{2g\gamma D}\frac{\pi}{4}D^2 \tag{2}$$

$$m = F(\alpha,\mu_1,\mu_2,D/d) = \rho_{out}/\rho_b \tag{3}$$

$$n = G(\alpha,\mu_1,\mu_2,D/d) = V_a/V_{max} \tag{4}$$

$$\gamma = P(\alpha,\mu_1,\mu_2,D/d) = H/D \tag{5}$$

式中:μ_1、μ_2 分别为壁面摩擦系数和颗粒间摩擦系数,$\mu_1 \in (0,1)$,$\mu_2 \in (0,1)$;α 为料仓半锥角,$\alpha \in (0,90°)$;ρ_b 为颗粒堆积密度,kg/m^3;ρ_{out} 为出口处颗粒流密度,kg/m^3;g 为重力加速度,$g = 9.81$ m/s^2;D 为出口直径,m;d 为颗粒粒径,m;H 为出口中心处颗粒自由落体的高度,m;V_a 为料仓出口处颗粒料的平均速度,m/s;V_{max} 为颗粒最大出口速度,m/s;Q 为卸料流量,kg/s;m 为颗粒出口密度修正系数;n 为颗粒出口速度修正系数。

拟合出 m、n、γ 分别见式(6) ~ (8)。

$$m = 0.887 - 0.003\alpha - 0.063\mu_1 - 0.353\mu_2 + 0.003\,96D/d \tag{6}$$

$$\gamma = 0.446 - 0.007\,76\alpha - 0.524\mu_1 + 1.48 \times 10^{-4}\alpha^2 - 0.348\mu_1^{\ 2} + 4.23 \times 10^{-4}\alpha\mu_1 \quad (7)$$

$$n = -2.69 + 0.11\alpha - 2.77\mu_1 + 4.19\mu_2 + 2.64 \times 10^{-4}\alpha^2 - 2.794\mu_1^{\ 2} + 3.11\mu_2^{\ 2} + 0.11\alpha\mu_1 - 0.19\alpha\mu_2 + 5.42\mu_1\mu_2 - 1.28 \times 10^{-6}\alpha^3 + 1.74\mu_1^{\ 3} - 2.19\mu_2^{\ 3} - 0.156\alpha\mu_1\mu_2 \quad (8)$$

本文模型与其他公式的计算结果对比见图 18。由图 18 可见，Beverloo 公式和 Brown 公式的计算结果普遍高于实际卸料流量，而 Davision 公式则与之相反。尽管在半锥角较大的浅料斗中（图中实际值 0 ~ 0.6），Beverloo、Brown、Davidson 公式均表现良好，但是在壁面摩擦和料仓半锥角相互作用的陡峭料仓中（图中实际值 0.6 ~ 1.6），Beverloo、Brown、Davidson 公式的计算结果均不理想。而本文模型则在不同工况中表现相对稳定。

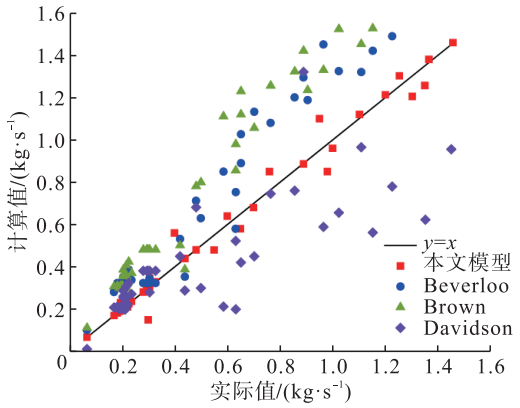


图 18　本文模型与其他公式的计算结果对比图

Fig. 18　Comparison of calculation results between Equation(1) and other formulas

不同计算公式的误差分析见表 3。由表 3 可见，本文模型的计算精度相对于传统公式有了显著提升。其中，本文模型的均方根误差比 Beverloo 公式减少了 26.3%，比 Brown 公式减少了 45.5%，比 Davidson 公式减少了 35%。

表 3　误差分析表

Tab. 3　Error analysis

模型 /公式	平均相对误差	均方根误差
本文模型	12.13%	0.132
Beverloo 公式	25.04%	0.179
Brown 公式	43.79%	0.242
Davidson 公式	36.14%	0.203

3　结论

针对油气田钻井、固井及废弃物处理中散料连续稳定卸料的工程需求，通过 DEM 模拟料仓卸料过程，系统分析了各因素对料仓流型、颗粒出口速度分布、颗粒出口密度的影响，并通过模拟结果拟合出估算锥形料仓重力流卸料流量计算模型。

1）料仓半锥角和壁面摩擦系数是影响料仓重力流卸料的流型、以及整体流与中心流转变的关键因素，采用 MFI 与参数拟合曲线可有效预测卸料流型，为料仓结构设计提供依据。

2）料仓重力流卸料的颗粒出口速度分布受料仓半锥角、壁面摩擦系数、颗粒间摩擦系数、出口直径与颗粒粒径之比的综合影响，受料仓半锥角和壁面摩擦系数的影响最显著，当料仓半锥角 < 30°，壁面摩擦系数 < 0.5 时，卸料的稳定性更好。

3）料仓重力流卸料颗粒出口密度主要受半锥角和颗粒间摩擦系数的影响，随料仓半锥角、壁面摩擦系数和颗粒间摩擦系数的增大而降低，随出口直径与颗粒粒径之比的增大而升高。

4）基于出口速度与密度的模拟数据，构建了耦合几何因素与摩擦因素的质量流量估算模型，其均方根误差达 0.132，与传统 Beverloo 公式相比，降低了 26.3%，提升了较宽操作范围内质量流量的预测精度。

参考文献：

[1] 吴　震，王利强，徐立敏，等. 粉体料仓设计及卸料特性综述[J]. 中国粉体技术，2023，29(1)：19-30.
Wu Zhen, Wang Liqiang, Xu Limin, et al. Powder silo design and discharge characteristics: A review [J]. China Powder Science and Technology, 2023, 29 (1): 19-30.

[2] Khashayar S, Shahab G, Reza Z. A review on gravity flow of free-flowing granular solids in silos—Basics and practical aspects [J]. Chemical Engineering Science, 2018, 192: 1011-1035.

[3] Brown R L, Hawksley P G W. The internal flow of granular masses [J]. Fuel, 1947, 26 (6): 159-173.

[4] Kumar R, Patel C M, Jana A K, et al. Prediction of hopper discharge rate using combined discrete element method and artificial neural network [J]. Advanced Powder Technology, 2018, 29 (11): 2822-2834.

[5] Li Changhao, Li Xin, Jiao Tengfei, et al. Influence of grain bidispersity on dense granular flow in a two-dimensional hopper [J]. Powder Technology, 2022, 401: 117271.

[6] Johanson J R. Stress and velocity fields in the gravity flow of bulk solids [J]. Journal of Applied Mechanics, 1964, 31 (3): 499-506.

[7] Ketterhagen W, Wassgren C. A perspective on calibration and application of DEM models for simulation of industrial bulk powder processes [J]. Powder Technology, 2022, 402: 117301.

（下转第 117 页）

(4):421-431.
Zhou Enya, Mao Haoren, Yang Mingdong, et al. Construction method of automated threat alert analysis intelligent agent based on large language models [J]. Communications Technology, 2025, 58 (4): 421-431.
[15] 宋　旭,赵雪峰,李宏斌,等.油气田地面工程智能化建设探索[J].油气田地面工程,2021,40(7):1-5.
Song Xu, Zhao Xuefeng, Li Hongbin, et al. Exploration on intelligent construction of oil and gas field surface engineering [J]. Oil-Gas Field Surface Engineering, 2021, 40 (7): 1-5.
[16] 李连国,吴　勰,万国勇,等.AI 大模型驱动水利工程规划设计报告智慧化生成与智能校核体系构建[J].水利规划与设计,2025(10):113-116.
Li Lianguo, Wu Xie, Wan Guoyong, et al. Intelligent generation and intelligent verification system construction of water conservancy engineering planning and design reports driven by AI large models [J]. Water Resources Planning and Design, 2025 (10): 113-116.
[17] 王鸿捷.智能油气田数字化交付研究[J].天然气与石油,2020,38(3):108-111.
Wang Hongjie. A study on digital delivery of smart oil and gas field [J]. Natural Gas and Oil, 2020, 38 (3): 108-111.
[18] 胡耀义.智能油气田数字孪生体建设关键技术研究[J].工程技术研究,2020,5(4):3-4.
Hu Yaoyi. Research on key technologies of digital twin construction in intelligent oil and gas fields [J]. Engineering and Technological Research, 2020, 5 (4): 3-4.
[19] 吴立舟,李　华,李典斌,等.基于计算机视觉的塔吊危险区域入侵预警[J].中国安全科学学报,2024,34(7):139-145.
Wu Lizhou, Li Hua, Li Dianbin, et al. Crane danger zone intrusion warning based on computer vision [J]. China Safety Science Journal, 2024, 34 (7): 139-145.
[20] 张泽辉,张乾隆,徐晓斌,等.基于视觉的工人高处攀爬不安全行为识别模型[J].中国安全科学学报,2025,35(2):144-151.
Zhang Zehui, Zhang Qianlong, Xu Xiaobin, et al. Unsafe behavior recognition model of high climbing workers based on vision [J]. China Safety Science Journal, 2025, 35 (2): 144-151.

(上接第 108 页)

[8] Ketchum M S. The design of walls, bins, and grain elevators [M]. New York: The Engineering News Publishing CO., 1911.
[9] Beverloo W A, Leniger H A, Velde J V D. The flow of granular solids through orifices [J]. Chemical Engineering Science, 1961, 15 (3-4): 260-269.
[10] Brown R L. Exploratory study of the flow of granules through apertures [J]. Transactions of the Institution of Chemical Engineers, 1959, 37: 108-119.
[11] 陆海峰,曹嘉琨,郭晓镭,等.基于颗粒间相互作用的细颗粒粉体料仓下料过程分析[J].化工学报,2021,72(8):4047-4054.
Lu Haifeng, Cao Jiakun, Guo Xiaolei, et al. Study on fine powders discharged from hopper based on interparticle interactions analysis [J]. CIESC Journal, 2021, 72 (8): 4047-4054.
[12] Brown R L. Minimum energy theorem for flow of dry granules through apertures [J]. Nature, 1961, 191 (4787): 458-461.
[13] Davidson J F. The hourglass theory of hopper flow [J]. Transactions of the Institution of Chemical Engineers, 1973, 51: 29-35.
[14] Janda A, Zuriguel I, Maza D. Flow rate of particles through apertures obtained from self-similar density and velocity profiles [J]. Physical Review Letters, 2012, 108 (24): 248001.
[15] 陈　磐.散体介质流动性及其在料仓中卸料特性的研究[D].南京:东南大学,2012.
Chen Pan. Study on flow properties of bulksolids and discharge dynamicsfrom a hopper [D]. Nanjing: Southeast University, 2012.
[16] Goldberg E, Carlevaro C M, Pugnaloni L A. Clogging in two-dimensions: Effect of particle shape [J]. Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment, 2018 (11): 113201.
[17] 钟　佳,吕　慧,曹贵平,等.细颗粒在锥形和平底料仓中的重力卸料特性[J].化工进展,2017,36(11):3940-3946.
Zhong Jia, Lyu Hui, Cao Guiping, et al. The gravity discharge characteristics of fine particles from conical and flat-bottomed hoppers [J]. Chemical Industry and Engineering Progress, 2017, 36 (11): 3940-3946.
[18] Guillard F, Marks B, Einva I. Dynamic X-ray radiography reveals particle size and shape orientation fields during granular flow [J]. Scientific Reports, 2017, 7: 8155-8163.
[19] Gella D, Maza D, Zuriguel I, et al. Linking bottleneck clogging with flow kinematics in granular materials: The role of silo width [J]. Physical Review Fluids, 2017, 2 (8): 084304.
[20] 刘　杰,徐　祥,阳绍军,等.锥形料仓中粉体的重力卸料特性[J].中国粉体技术,2014,20(3):1-6.
Liu Jie, Xu Xiang, Yang Shaojun, et al. Characteristics of gravity discharge of powder in conical hoppers [J]. China Powder Science and Technology, 2014, 20 (3): 1-6.
[21] Zheng Qijun, Xia B S, Pan R H, et al. Prediction of mass discharge rate in conical hoppers using elastoplastic model [J]. Powder Technology, 2017, 307: 63-72.